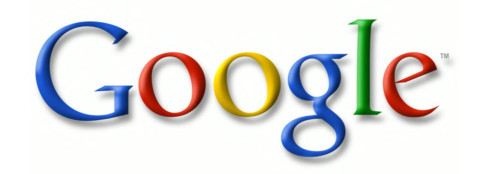
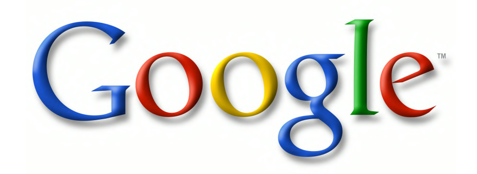
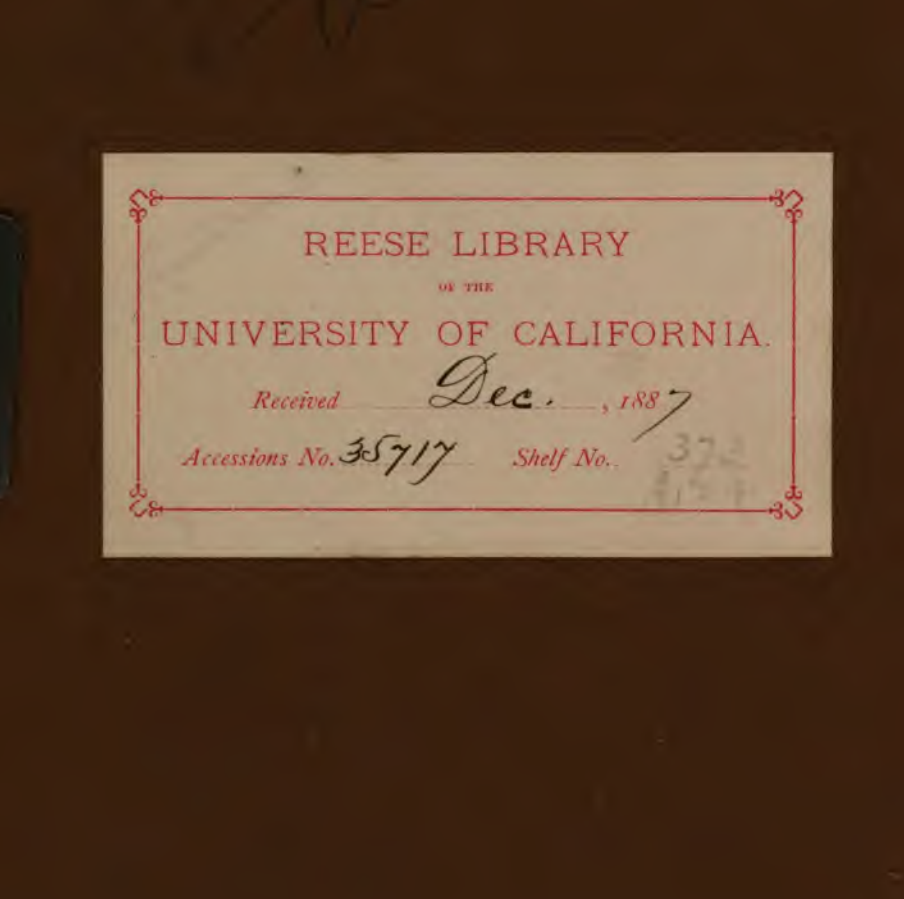
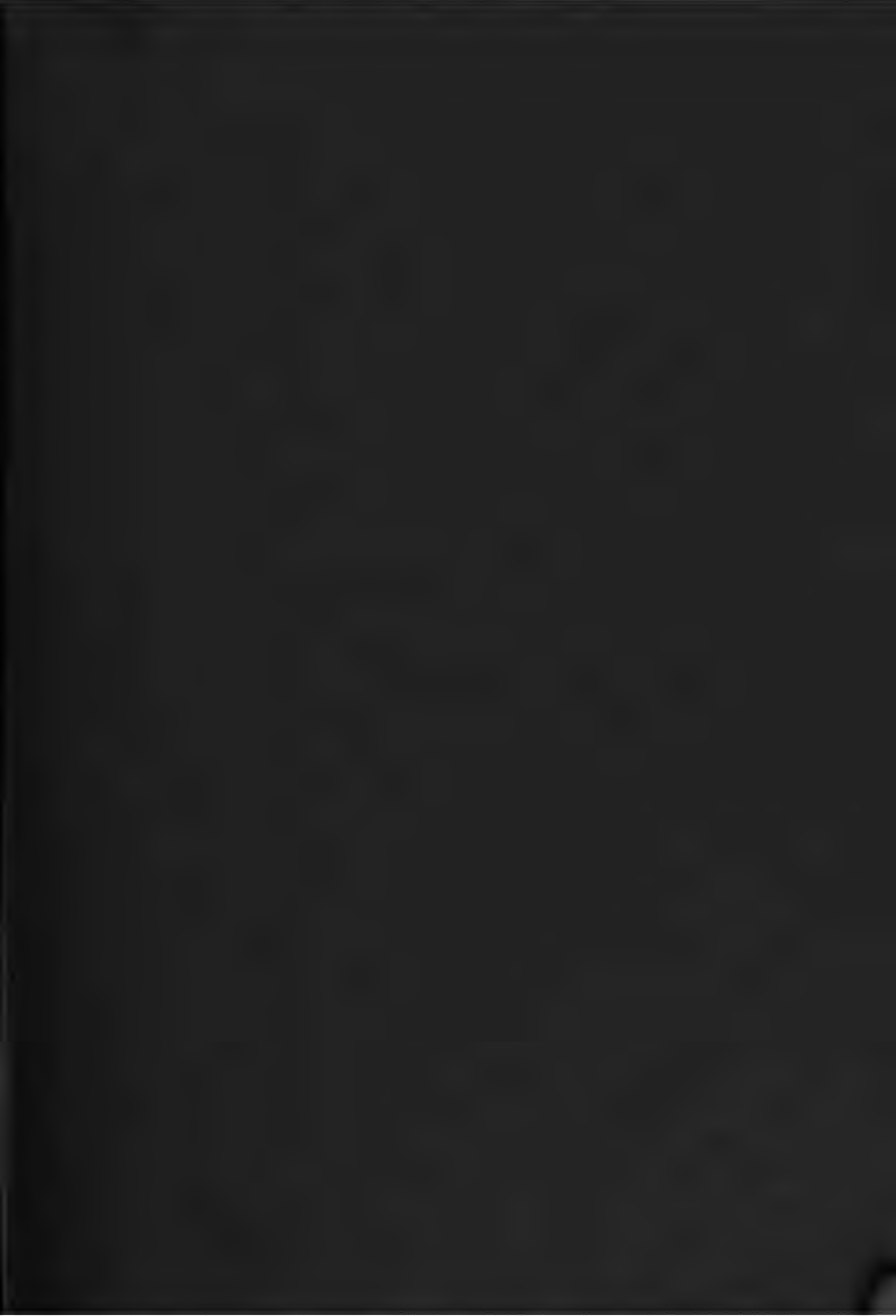
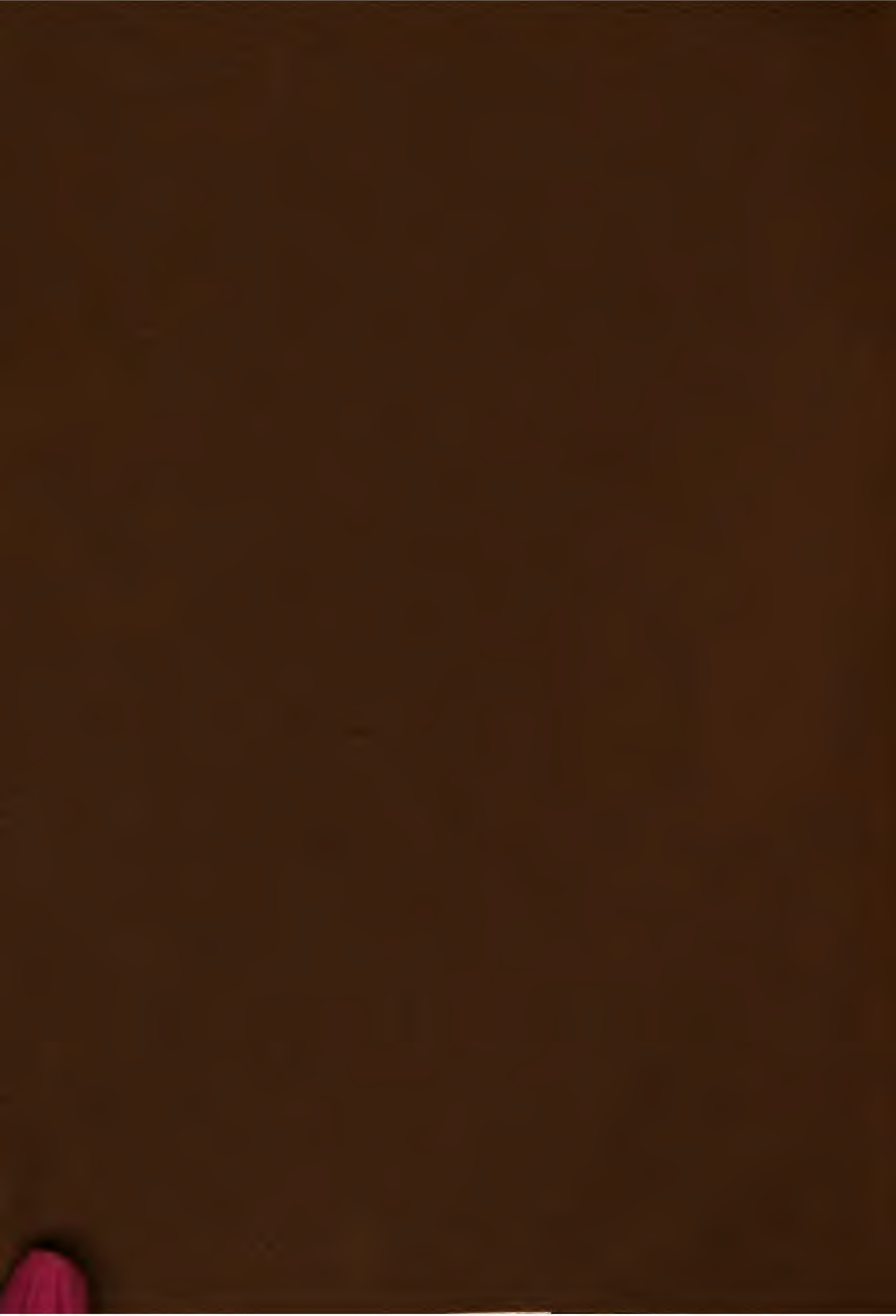












Neue Apparate

zur

Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper.

Von

Dr. E. Abbe,
ao. Professor in Jena.

Mit 1 Tafel und 7 Figuren im Text.

Jena,
Mauke's Verlag
(Hermann Dufft).
1874.

Aus der Jenaischen Zeitschrift für Naturwissenschaft besonders abgedruckt.

Inhalt.



Vorbemerkung.

Seit mehreren Jahren mit Arbeiten beschäftigt, welche sehr zahlreiche Bestimmungen der dioptrischen Constanten sowohl an festen Körpern — an Glasproben — wie auch an Flüssigkeiten und halbflüssigen Substanzen nöthig machten, habe ich nicht nur reichliche Veranlassung gehabt, mich um die Vereinfachung der Methoden und die Verbesserung der Instrumente für derartige Beobachtungen zu bemühen, sondern auch Gelegenheit genug, die für diesen Zweck versuchten Neuerungen gründlich auf die Probe zu stellen. — Im Folgenden beschreibe ich die neuen Verfahrungsweisen und Apparate, die sich mir bei jenen Arbeiten ergeben und in längerem Gebrauche bewährt haben; in der Meinung, dass die Ausführung genauer dioptrischer Messungen durch dieselben ausserordentlich erleichtert und damit das hauptsächlichste Hinderniss beseitigt werde, welches bisher einer ausgiebigen Verwerthung solcher Maassbestimmungen für viele wissenschaftliche und technische Zwecke im Wege gestanden hat.

Die von Fraunhofer zuerst gelehrte Methode, nach welcher die Minimalablenkung der Strahlen je einer bestimmten Farbe in einem Prisma von gemessenem Winkel beobachtet wird, genügt, was die erreichbare Sicherheit und Präcision der Resultate anlangt, ohne Zweifel allen Ansprüchen, die für irgend einen Zweck gestellt werden mögen; und für den Physiker von Fach stehen auch ihrer Ausübung keinerlei ernstliche Schwierigkeiten entgegen, seit der all zu schwerfällige Apparat Fraunhofer's durch zweckmässig eingerichtete Instrumente — Spectrometer — wie Meyerstein, Steinheil u. A. construirt haben, ersetzt ist. Dagegen ist nicht zu verkennen, dass auch mit diesen Instrumenten die Ausführung der in Rede stehenden Messungen immer noch ein um-

ständliches und sehr subtiles Geschäft bleibt, welchem nur ein geschickter Beobachter recht gewachsen ist. Die Construction dieser Spectrometer ist an sich schon ziemlich verwickelt; die richtige Justirung der einzelnen Stücke, welche theilweise bei jeder Messung von Neuem ausgeführt werden muss, erfordert Manipulationen, die auch für einen Geübten lästig und zeitraubend bleiben. Die Messung selbst, d. i. die Ermittelung des brechenden Winkels und der Minimalablenkung, setzt sich aus mehreren ungleichartigen Operationen zusammen, welche bei einigen Constructionen sogar unter wesentlich veränderter Zusammenstellung des Apparates auszuführen sind. Zu dem Allen kommt noch der Umstand, dass schon die gewöhnlichsten Bedürfnisse der Praxis, wenn das praktisch so wichtige Element, die Farbenzerstreuung, in einer nur mässigen relativen Genauigkeit erhalten werden soll, eine sehr feine Kreistheilung nöthig machen, welche wegen der dadurch bedingten feineren Construction anderer Theile die Handhabung solcher Instrumente viel zu difficil macht, als dass sie allen Denen zu gute kommen könnten, für welche die Ausführung genauer optischer Maassbestimmungen von Nutzen sein würde. In der That hat denn auch die Fraunhofer'sche Methode ausserhalb der physikalischen Laboratorien eine ausserordentlich geringe Verbreitung gefunden. Die ausübenden Optiker namentlich behelfen sich in der Mehrzahl nach wie vor mit viel einfacheren aber auch höchst mangelhaften Verfahrungsweisen; und eine für die Optik sehr wichtige Hilfsindustrie, die Glasschmelzekunst, — an deren Fortschritten mittelbar mehrere Wissenschaften lebhaft interessirt sind — ist, wie es scheinen muss, von dem Beispiel Fraunhofer's so gut wie unberührt geblieben [1]).

---

1) Die Fabrikanten optischer Gläser characterisiren bis heute ihre Erzeugnisse, wie wenn sie zu Schiffsballast bestimmt wären, durch das specifische Gewicht. Da hierbei die entscheidenden optischen Merkmale der Glasarten in ihren feineren Abstufungen völlig verhüllt bleiben, so giebt es darauf hin weder eine sichere Verständigung zwischen dem praktischen Optiker und dem Glasfabrikanten, noch hat dieser selbst in jenen Bestimmungen eine sichere Controle über die Qualität und die Gleichförmigkeit seiner Produkte. Vollends aber ist jede Hoffnung ausgeschlossen, dass die Glasschmelzekunst — so lange kein rationelleres Verfahren Eingang gefunden hat — über blos hergebrachte Ziele hinausgehen und selbständig versuchen werde, dem Bedürfniss der praktischen Optik nach neuen Glasarten entgegenzukommen. Wie die Theorie auf das Bestimmteste nachweist, hängt die weitere Vervollkommnung der meisten optischen Instrumente durchaus nicht ab von der Erzeugung immer schwererer Flintgläser, sondern vielmehr von der Herstellung solcher Glasflüsse,

Noch für mehrere andere technische und wissenschaftliche Interessen ist die Möglichkeit genauer Bestimmung der dioptrischen Constanten wohl nur wegen der Beschwerlichkeit ihrer Ausführung beinahe unfruchtbar geblieben. So ist es keinem Zweifel unterworfen, dass Brechungsexponent und Dispersion für viele Aufgaben der Technik, für Unterscheidung und Prüfung mancher Substanzen u. dergl. recht wohl verwerthbar sein würden. Desgleichen ist durch zahlreiche Untersuchungen — von Landolt u. A. — hinlänglich dargethan, dass diese optischen Constanten vermöge ihrer Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung der Körper für die Chemie eine ähnliche Bedeutung haben wie die anderen physikalischen Merkmale, Siedepunkt, Dampfdichte, specifische Wärme u. dergl. Solchen Anwendungen gegenüber kommen vorwiegend die Hülfsmittel zur Untersuchung flüssiger Körper in Betracht; und man darf hoffen, dass eine wesentliche Erleichterung dieser Untersuchung für diese angeführten Gebiete nicht ohne Folgen bleiben wird.

Im Nachstehenden wird zunächst über die Messung des Brechungsexponenten und der Farbenzerstreuung mittelst Prismen gehandelt werden. — Für die Combination der darzulegenden Beobachtungsmethode und des zu beschreibenden Spectrometers sind folgende Rücksichten maassgebend gewesen:

1) möglichste Vereinfachung des Instruments durch Beseitigung aller irgend entbehrlichen Theile;

2) Leichtigkeit und Sicherheit der Justirung, mit dem Anspruch, dass alle dem Instrument dauernd zugehörigen Theile, einmal regulirt, ihre richtige Lage unverändert beibehalten, die zu untersuchenden Prismen aber, was auch ihre Gestalt und Grösse sein mag, durch wenige Handgriffe in die verlangte Stellung gebracht werden können;

3) Ermittelung aller zu einer vollständigen Messung erforderlichen Data ohne jede Veränderung des Instruments;

4) Ermittelung der zur Dispersionsbestimmung erforderlichen Data unabhängig von der Winkelmessung am Theilkreise, durch eine einfache und leicht zu handhabende Mikrometervorrichtung,

---

bei welchen der mittlere Brechungsindex und die Dispersion *andere Verhältnisse* haben als bei den gangbaren Arten von Crown und Flint. Wie sollte aber ein Fortschritt in dieser Richtung möglich sein, wenn die Betheiligten sich nicht in den Stand setzen, die optischen Merkmale im Einzelnen studiren zu können?

damit die Kreistheilung nicht feiner, die Construction und der Gebrauch des Instruments nicht subtiler zu sein braucht als die für die absoluten Werthe des Brechungsindex verlangte Genauigkeit fordert; endlich

5) bequeme Benutzung des Sonnenlichtes ohne die Hülfe eines selbstthätigen Heliostaten.

Die Grundlage des Beobachtungsverfahrens ist die von O. Littrow[1]) erdachte Methode: die in das Prisma gelangten Strahlen an der hinteren Prismenfläche im Innern der brechenden Substanz so reflectiren zu lassen, dass die Richtung des Austritts mit der des Eintritts zusammenfällt. Auf Grund einer solchen Combination wird es möglich, die sonst erforderlichen beiden Stücke, Collimator und Beobachtungsrohr, gänzlich zu verschmelzen, indem man den lichtgebenden Spalt im Ocularfelde des Beobachtungsrohrs selbst anbringt und die eine Hälfte desselben, an Stelle eines Fadenkreuzes, zur Einstellung der Bilder verwendet. Diese Einrichtung, in Verbindung mit einer bequemen Mechanik zur Application und Justirung der Prismen und mit einem Mikrometerapparat zur Messung kleiner Winkelunterschiede, erlaubt den oben geltend gemachten Anforderungen in vollem Umfang zu genügen.

Im zweiten Theile dieser Abhandlung wird ferner eine Methode entwickelt, welche den Brechungsexponenten und die Dispersion von Flüssigkeiten ohne die Messung prismatischer Ablenkung und demnach ohne Hilfe eines Spectrometers zu bestimmen gestattet, und zwar in einer Genauigkeit, welche das mittelst des Hohlprismas zu erreichenden nicht wesentlich nachzustehen braucht. — Wenn schon die Vereinfachung, welche das hier beschriebene Spectrometer für dioptrische Messungen herbeiführt, auch der Messung an einem Hohlprisma ungeschmälert zu gute kommt, so ist dadurch doch noch keineswegs diejenige Erleichterung erzielt, die man im Hinblick auf die oben erwähnten Anwendungen wünschen müsste. Die Verwerthung dioptrischer Maassbestimmungen für technische Zwecke und als Hilfsmittel der chemischen Untersuchung wird nicht erheblich gefördert sein, so lange sie angewiesen bleibt auf den Gebrauch eines wenig handlichen Instruments und so lange jede einzelne Messung wenigstens drei Einstellungen und drei Theilkreis-Ablesungen mit einer nachfolgenden, wenn

1) Sitzungsber. der math.-phys. Cl. d. Wiener Akad. XLVII, 2, S. 26. Vergl. Steinheil, Sitzungsber. d. Münchener Akad. 1863, 1, S. 47.

auch leichten Rechnung nöthig macht; gar nicht zu gedenken der Hindernisse, welche viele flüssige und halbflüssige Substanzen der Beobachtung in einem Hohlprisma entgegen setzen. — Sehr viel weiter gehenden Ansprüchen an die Vereinfachung des Apparates und an die Abkürzung der erforderlichen Operationen kann aber in der That bei Flüssigkeiten genügt werden, wenn die ganze Messung gegründet wird auf Beobachtung der Totalreflexion, welche die betreffende Flüssigkeit, in sehr dünner Schicht zwischen Prismen aus stärker brechender Substanz eingeschlossen, an durchfallenden Strahlen ergiebt. Ich habe diese Methode — welche mittlerweile übrigens, in anderer Art angewandt, auch von Christiansen[1]) angegeben worden ist — seit dem Jahre 1869, zuerst zur Bestimmung von Balsamen und Harzen, benutzt und zu ihrer bequemen Anwendung besondere Apparate — Refractometer — construirt, durch welche es möglich gemacht wird, bei jeder flüssigen oder halbflüssigen Substanz den Brechungsexponenten und, wenn nöthig, auch die Dispersion durch die allereinfachsten Manipulationen zu bestimmen. Dabei genügt ein einziger Tropfen der betreffenden Flüssigkeit, die in dickeren Schichten beliebig undurchsichtig sein kann. Die ganze Beobachtung besteht in einer einzigen kunstlosen Einstellung und in der nachfolgenden Ablesung an einem Gradbogen oder an einer Mikrometerscala, welche Ablesung den gesuchten Brechungsexponenten unmittelbar, d. h. ohne jede Rechnung ergiebt.

Im Folgenden gebe ich die ausführliche Beschreibung dieses Refractometers in drei von einander abweichenden, verschiedenen Zwecken angepassten Formen[2]).

Schliesslich sei noch bemerkt, dass alle in diesem Aufsatz beschriebenen Apparate in der optischen Werkstatt des Herrn C. Zeiss in Jena zu wiederholten Malen ausgeführt und die meisten davon auch schon seit einigen Jahren, sowohl von mir wie von Anderen, im wirklichen Gebrauch erprobt worden sind.

---

1) Poggendorff's Annalen, Bd. CXLIII, S. 258. (1871).

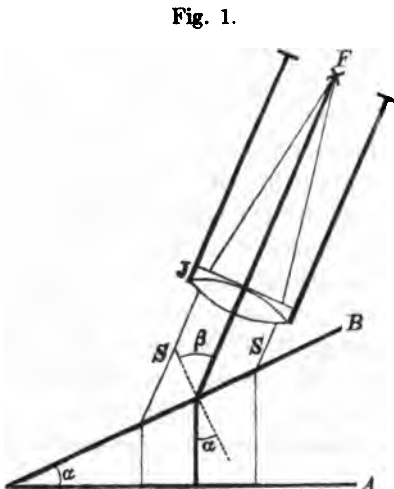
2) Eine kurze Mittheilung über diese Instrumente hat schon auf der 45. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte in Leipzig statt gehabt und ist aus deren Sectionsberichten in einige Zeitschriften übergegangen.

Die Bestimmung der dioptrischen Constanten mittelst Prismen.

1. Das Princip der Beobachtungs-Methode.

Die Grundidee, auf welcher die darzulegende Beobachtungsmethode beruht, und welche in dem zu beschreibenden Instrument realisirt ist, erläutert sich durch folgende Betrachtung.

Fig. 1.



Sei $A\,B$ (Fig. 1) ein Prisma mit einem brechenden Winkel α und stelle S ein Bündel paralleler Strahlen von einerlei Brechbarkeit vor, welches in der Ebene eines Hauptschnittes verlaufend, mit der brechenden Fläche B einen solchen Einfallswinkel β bildet, dass die gebrochenen und in das Prisma eintretenden Strahlen die zweite (hintere) Fläche A gerade senkrecht treffen. — Soll diese Forderung erfüllt sein, so muss der Winkel, den die gebrochenen Strahlen im Innern mit dem Einfallslothe bilden, dem brechenden Winkel α gleich sein und demnach, wenn n den Brechungsindex vorstellt, der Einfallswinkel β der Bedingung genügen

$$\sin \beta = n \,.\, \sin \alpha$$

— was so lange immer möglich ist, als $n \,.\, \sin \alpha < 1$, d. h. so lange α kleiner als der Grenzwinkel der totalen Reflexion für das betreffende Medium genommen wird.

Diese Verhältnisse als hergestellt angenommen, wird das in das Innere des Prisma's eingetretene Bündel paralleler Strahlen an der hintern Fläche A in der Richtung der Normalen reflectirt und tritt nach wiederholter Brechung an der Fläche B wieder aus — offenbar in genau derselben durch den Winkel β fixirten Richtung rückwärts verlaufend, in welcher die Strahlen vor der ersten Brechung anlangten. Ist nun, wie in der Figur angedeutet, das Strahlenbündel erhalten durch Vermittelung eines Fernrohrobjectivs J, in dessen Hauptbrennpunkt F ein leuchtender Punkt angebracht,

und dessen Axe im Hauptschnitt nach dem Winkel β orientirt ist, so werden die rückkehrenden Strahlen, wie keiner weitern Erläuterung bedarf, sich im Focus F wieder vereinigen und demnach ein mit dem Lichtpunkte selbst genau zusammenfallendes Bild desselben erzeugen. Ganz das Nämliche wird auch eintreten, wenn die Axe des Fernrohrs und damit die Richtung des aus dem Objectiv austretenden Strahlenbündels zu einer der Prismenflächen senkrecht gerichtet wird, indem alsdann die einfache Spiegelung an dieser Fläche unmittelbar bewirkt, was in dem vorher betrachteten Falle die Spiegelung in Verbindung mit den beiden Brechungen that.

Diese Coincidenz von Object nnd Bild in der Focalebene jenes Fernrohrobjectivs kann nun umgekehrt als Kriterium dafür benutzt werden, dass die Axe des Fernrohrs eine der beiden Lagen gegen das Prisma einnimmt: entweder, entsprechend der ersten Voraussetzung, mit der Normalen der vorderen Prismenfläche den Winkel β bildet, welcher der Gleichung

$$\sin \beta = n \, . \, \sin \alpha$$

genügt, oder entsprechend der zweiten Annahme, zu einer der Prismenflächen normal gerichtet ist. — Vorausgesetzt also, dass diese Coincidenz eines im Focus eines Fernrohrobjectivs angebrachten Lichtpunktes mit seinem durch die rückkehrenden Strahlen erzeugten Bilde in geeigneter Art wahrnehmbar gemacht werden kann, so wird ihre Beobachtung unter den angenommenen Verhältnissen das Mittel bieten 1) zur Bestimmung des Winkels α zwischen den Normalen der beiden Flächen A und B; indem man die Drehung misst, welche bei unverändert bleibender Richtung der Fernrohraxe von der Coincidenz des Spiegelbildes der einen Fläche zu der des Spiegelbildes der andern führt; und 2) zur Ermittelung des Winkels β, der in Verbindung mit dem eben gemessenen auf den Brechungsindex n führt; indem man die weitere Drehung bestimmt, welche von der Coincidenz des von B gelieferten Spiegelbildes hinführt zur Coincidenz desjenigen Bildes, das durch innere Spiegelung an der Fläche A, unter Vermittelung der beiden Brechungen zu Stande kommt.

Um zu übersehen, wie diese Methode praktisch zu realisiren ist, d. h. wie die in Frage kommenden Coincidenzen zur Wahrnehmung zu bringen sind, betrachte man — immer noch unter Voraussetzung homogenen Lichtes — an Stelle des vorher in F angenommenen Lichtpunktes eine leuchtende Linie, senkrecht ste-

hend zur Fernrohraxe und zur Ebene des diese enthaltenden Hauptschnittes [1]).

Fasst man nun zwei Punkte dieser Linie in's Auge, von denen der eine um eben so viel unter, wie der andere über der Fernrohraxe (oder über der Ebene des sie enthaltenden Hauptschnittes) liegt, so ist unmittelbar ersichtlich, dass beide wie der vorher betrachtete auf der Axe liegende Punkt durch das Objectiv dem Prisma je ein Bündel paralleler Strahlen zusenden, welche beide Strahlensysteme jedoch zur Ebene des Hauptschnittes nach entgegengesetzten Seiten um gleichen Winkel geneigt sind. Wenn daher das Prisma dem Objectiv entweder mit einer zur Fernrohraxe normal gerichteten, oder mit einer gegen diese unter dem Winkel β orientirten Fläche gegenübersteht, so muss jedes der beiden Strahlenbündel eine Reflexion erfahren, — entweder direkt, oder nach vorheriger Brechung, an der hintern Fläche des Prismas. Demnach muss jedes der beiden Bündel in derjenigen Richtung zurückkehren, in welcher das andere anlangte, so dass also die Richtungen beider nach der Reflexion unter einander vertauscht erscheinen. Indem nun das Objectiv diese zurückkehrenden Strahlen wieder in seiner Focalebene in Punkten vereinigt, welche die Bilder der vorher betrachteten Punkte der Focalebene darstellen, fällt das Bild des unter der Axe liegenden Punktes auf den über derselben liegenden und umgekehrt. Wendet man diese Betrachtung auf alle Punkte der oben vorausgesetzten Lichtlinie an, so ergiebt sich, dass in jeder der beiden charakteristischen Stellungen des Prismas die zurückkehrenden Strahlen von jener Lichtlinie in der Focalebene des Fernrohrs ein mit ihr selbst zusammenfallendes aber umgekehrtes Bild entwerfen. Demnach liegt das Bild des untern Theils der Lichtlinie von der Axe nach oben, so dass es als die Fortsetzung jenes untern Theils erscheint; und umgekehrt.

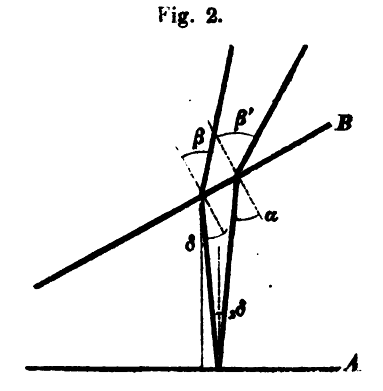
Diese Bemerkung führt direkt auf die Einrichtung hin, durch welche die fraglichen Coincidenzen, die zur Ermittelung der Winkel α und β dienen sollen, in aller Leichtigkeit und Schärfe beobachtbar werden. Man denke sich jene Lichtlinie zunächst durch ein Paar S'Gravesand'sche Schneiden dargestellt, welche, wie bei den gewöhnlichen Spectralapparaten, von der Axe des Rohrs nach oben und unten gleichweit sich erstrecken, und denke nun die eine,

1) Sie muss also in Fig. 1 im Punkte F zur Ebene des Papieres senkrecht stehend gedacht werden.

z. B. die obere Hälfte hinweggenommen, so dass auf dieser Seite der Axe die Focalebene frei wird. Es muss alsdann das Bild der unteren, stehen gebliebenen Hälfte, wenn diese in geeigneter Weise von hinten erleuchtet wird, in dem frei gelegten Theile der Focalebene zum Vorschein kommen und hier wie jedes Fernrohrbild beobachtet werden können, wenn hinter der Focalebene eine Lupe in Form eines RAMSDEN'schen Oculars angebracht wird. — Um dabei die Coincidenz erkennen, d. h. prüfen zu können, ob das oben erscheinende Bild genau in der Fortsetzung der untern Spalthälfte liegt, reicht es aus, diese Fortsetzung direkt sichtbar zu machen, indem man die Backen des Spaltes in der Nähe der Schneiden um ein weniges über die Axe des Rohrs hinaus in die freigelegte Hälfte der Focalebene hereinragen lässt, so dass ihre Kanten gleichzeitig mit dem zu beobachtenden Bilde im Sehfeld des Oculars erscheinen. — Die Beleuchtung der wirksam bleibenden Spalthälfte muss natürlich durch seitlich einfallendes Licht bewirkt werden, indem man dieses durch ein hinter dem Spalt zwischen Ocular und Focalebene angebrachtes Reflexionsprisma in die Axe des Rohrs führt.

Die Anwendung weissen Lichtes modificirt selbstverständlich nur die Erscheinung desjenigen Bildes, welches durch Vermittelung der beiden Brechungen und der Reflexion an der hintern Fläche des Prisma's zu Stande kommt. Denkt man, um den Erfolg in diesem Falle zu übersehen, die vordere Prismenfläche (Fig. 2) unter einem solchen Winkel β gegen die Axe eingestellt, dass Licht von einem bestimmten Brechungsindex n den vorher betrachteten Verlauf nimmt, also die zweite Prismenfläche senkrecht trifft, so wird ein Strahl von abweichender Brechbarkeit, dessen Index $n + dn$ gesetzt wird, im Innern des brechenden Mediums mit der Normalen der ersten Fläche einen Winkel $\alpha - \delta$ bilden, und es wird

Fig. 2.



$$\delta = \frac{1}{n^2} \frac{\sin\beta}{\cos\alpha} \cdot dn = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{dn}{n}$$

Dieser Strahl trifft nun die zweite Prismenfläche unter diesem

Winkel δ und kehrt daher nach der Reflexion zurück zur Fläche B unter einem Einfallswinkel

$$\alpha' = \alpha + \delta.$$

Da nun der Austrittswinkel $\beta' = \beta + d\beta$ durch die Bedingung

$$\sin\beta' = (n + dn)\sin\alpha'$$

bestimmt ist, so folgt, unter Berücksichtigung der vorausgehenden Gleichungen und unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, schliesslich

$$d\beta = 2\,\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}\cdot dn$$

Das so bestimmte $d\beta$ ist aber der Winkel, den die nach der Reflexion aus dem Prisma austretenden Strahlen der betreffenden Farbe mit der Axe des Collimators bilden, welcher Winkel demnach, wenn er für die dem Werthe n entsprechende Farbe Null ist, für die stärker brechbaren Strahlen nach der einen, für die schwächer brechbaren nach der andern Richtung hin in dem Maasse stetig wächst, als die Abweichung in dem einen oder dem andern Sinne zunimmt. Das Dispersionsphänomen tritt daher bei der hier betrachteten Combination ganz in der gewohnten Form auf. Das Objectiv des Fernrohrs, indem es die Strahlen von verschiedener Richtung in verschiedenen Punkten der Focalebene vereinigt, entwirft eine Reihe neben einander liegender farbiger Bilder des lichtgebenden Spaltes, welche ein dem Hauptschnitte des Prismas parallel sich erstreckendes, je nach den Umständen continuirliches oder discontinuirliches Spectrum bilden. Von diesem Spectrum fällt auf die Fortsetzung des lichtgebenden Spaltes stets diejenige Stelle, deren Strahlen die zweite Prismenfläche im Innern des Prismas genau senkrecht treffen, deren Brechungsindex also durch den Werth

$$n = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

bestimmt ist.

Durch das Vorstehende ist das Verfahren zur Bestimmung des Brechungsexponenten für Strahlen einer bestimmten Farbe in der Hauptsache hinreichend bezeichnet.

Wird das zu untersuchende Prisma auf einem um eine verticale Axe drehbaren Theilkreis so angebracht, dass die brechende Kante dieser Drehungaxe genau parallel steht, und das Collimator-Fernrohr von der oben betrachteten Einrichtung in unverrückbarer Lage mit dem festen Theil des Stativs excentrisch verbunden, in der Art, dass seine optische Axe senkrecht zur Drehungsaxe des

Theilkreises steht, so wird eine Drehung des Kreises das Prisma successive in die oben in's Auge gefassten Lagen bringen. Es werden bei einer solchen Drehung der Reihe nach zwei Spiegelbilder des Spaltes und ebenso zwei Spectra durch das Gesichtsfeld des Oculars hindurch passiren. Zur Kenntniss des Winkels α und des einer bestimmten Farbe entsprechenden Werthes von β wird man demnach gelangen, indem man der Reihe nach die beiden Spiegelbilder und die betreffende Farbe eines der beiden Spectra genau auf die im Sehfeld sichtbare Fortsetzung des Spaltes einstellt, wobei man natürlich die Fraunhofer'schen Linien oder die hellen Linien eines Metall- oder Gasspectrums zur Fixirung bestimmter Farben benutzen wird.

Die Ablesung des Theilkreises für jede der drei Stellungen ergiebt nun ohne Weiteres die gesuchten Winkel α und β, mit deren Hilfe der Brechungsindex für die fragliche Farbe durch die einfache Rechnung

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

gefunden wird. — Das Vorbeiführen des Spectrums vor den Spaltschneiden durch allmäliges Weiterdrehen und das successive Einstellen auf zwei oder mehrere Stellen gibt in unmittelbarem Anschluss an eine derartige Bestimmung auch die Data für die Dispersion, d. h. für die Differenz der Brechungsexponenten zweier bestimmten Farben; wobei es gleichgültig bleibt, in welcher Weise diese Angaben erhalten und zur Berechnung jener Differenz verwandt werden mögen.

Die Vergleichung der vorstehend entwickelten Beobachtungsweise mit der von Fraunhofer erfundenen, lässt sogleich erkennen, dass alle maassgebenden Bedingungen bei beiden übereinstimmend werden, wenn statt des Prismas mit senkrecht reflectirtem Strahl ein solches von doppelt so grossem Winkel mit durchgehendem Strahl in der Stellung der Minimalablenkung gesetzt wird. Beide Combinationen stellen Gleichheit des Eintritts- und des Austrittswinkels her und unter der gemachten Annahme ist auch die Grösse dieses Winkels bei beiden dieselbe. Während aber bei der Fraunhofer'schen Anordnung die Gleichheit beider Winkel nur indirect, nämlich durch das Kriterium der Minimal-Ablenkung herbeigeführt werden kann, wird dieselbe hier direct durch die Coincidenz des rückkehrenden Strahls mit dem eintretenden erhalten. — Dass auch die Winkelausbreitung des Spectrums bei beiden Combinationen gleiche Grösse hat, wenn dem hier betrachteten Prisma mit

dem Winkel α ein solches mit dem Winkel 2α für durchgehende Strahlen substituirt wird, kann eben so leicht nachgewiesen werden.

2. Beschreibung des Spectrometers.

Das Vorstehende giebt das Schema, nach welchem die wesentlichen Theile des Apparates sich anordnen, und zugleich die Grundzüge des Beobachtungsverfahrens. Zu erörtern bleibt, ausser den Einzelheiten der technischen Ausführung, Einrichtung und Gebrauch etlicher Hilfsapparate, welche theils zur sichern und bequemen Orientirung der verschiedenen Theile, namentlich des Prismas nöthig sind, theils zur Erreichung grösserer Schärfe, zumal für die Dispersionsmessung, dienen. Alles dies verbindet sich am Einfachsten mit der Beschreibung eines wirklich ausgeführten Instruments, welche denn unter Beihilfe der nach einer Photographie gezeichneten Abbildung, auf Tafel IV, hier zunächst folgen mag.

Ein gusseiserner Dreifuss *A* trägt, wie bei jedem Theodolith, die Büchse, in welcher der Verticalzapfen eines (scheibenförmigen) Theilkreises *B* sich dreht und, mit dieser Büchse verbunden, ein T-förmiges Metallstück *C*, auf dessen beiden einander gegenüberstehenden Armen die Nonien *f* befestigt sind, während an das Ende des dritten ein nach oben gabelförmiger Träger *D* senkrecht angeschraubt ist. In diesem hängt zwischen zwei starken Schraubenspitzen, *c*, die durch Gegenmuttern festgestellt werden können, das Collimator-Fernrohr *J*. Es wird in horizontaler Lage gehalten durch einen nach unten gehenden Arm *K*, dessen Ende mittelst einer Regulirschraube *d* gegen die Vorderfläche des Trägers *D* sich stützt. Der geränderte Kopf der Regulirschraube steht, der Hand des Beobachters leicht zugänglich, frei vor und macht es bequem, während des Durchsehens die Neigung des Rohrs zu verändern, während eine Zugschraube *e* die Stellung nach vollbrachter Regulirung auch vollständig zu fixiren erlaubt. Diese Befestigungsweise hat sich als ebenso sicher wie bequem erwiesen. Selbst wenn das Rohr zum Zwecke leichterer Verpackung des Instruments nach dem Gebrauch abgenommen und später wieder eingehängt wird, stellt sich die richtige Lage der Axe so genau, als für die Messungen überhaupt nöthig ist, von selbst wieder her, wenn man die Vorsicht gebraucht, die Regulirschraube inzwischen nicht zu verstellen.

Was das Collimator-Fernrohr anlangt, so ist bei Ausführung der oben im Allgemeinen erörterten Einrichtung darauf Bedacht genommen, das Gesichtsfeld des Oculars möglichst frei zu halten,

damit das Auffinden der Bilder vor der vollkommenen Regulirung von Beobachtungsrohr und Prisma nicht erschwert werde. Es ist deshalb das Diaphragma im Focus des Objectivs wie bei einem gewöhnlichen Fernrohr kreisförmig ausgeschnitten (Taf. IV Fig. 2) und die Backen des Spaltes sind durch ziemlich schmale Stahlstreifen *k* dargestellt, welche von beiden Seiten in diese kreisförmige Oeffnung hineinragen und, in der Mitte mit genau gerichteten Schneiden zusammenstossend, den Spalt bilden. Die eine Backe ist fest, die andere zwischen Coulissen verschiebbar in die Diaphragmaplatte eingelassen, so dass die eine Schneide mittelst Schraube (*b*) und Feder (*l*) der andern beliebig genähert werden kann. — Dabei ist der Spalt so justirt, dass der vom Prisma beleuchtete und dadurch dem Ocular verdeckte Theil, der als Lichtquelle wirksam wird, möglichst genau in der Mitte des Diaphragma's, also in der Axe des Rohrs endet; die Schneiden aber sind über die Mitte hinaus verlängert und bilden oberhalb einer kleinen kreisförmigen Ausbohrung — wie die Zeichnung erkennen lässt — einen ganz kurzen, im Ocular sichtbaren Spalt, welcher zur Einstellung des Bildes dient. Er soll die genaue Fortsetzung der unteren Schneiden repräsentiren, was bei einiger Sorgfalt in aller Schärfe ausführbar ist. Bei dieser Einrichtung bleibt nicht nur die obere Hälfte der Focalebene, sondern auch der grössere Theil der unteren der Beobachtung frei zugänglich; nur ein schmaler horizontaler Streifen unterhalb der Mitte wird durch die Backen des Spaltes verdeckt. Um aber bei den Operationen zur Orientirung des Instruments ein Bild auch dann nicht zu verfehlen, wenn es gerade in der Höhe dieses Streifens in das Gesichtsfeld treten sollte, so ist in der beweglichen Backe eine kreisförmige Durchbohrung angebracht, durch welche hindurch es wenigstens im Vorbeipassiren bemerkt werden muss. — Um die Beleuchtung des unter der Axe liegenden Spaltes zu bewirken, ohne störendes Licht in das Sehfeld einzulassen, ist das hinter den Spalt gestellte niedrige Reflexionsprisma *m* durch ein parallelepipedisches Glasstück, mit dem es ein Ganzes ausmacht, verlängert, wodurch die Kathetenfläche, durch welche die seitlich einfallenden Lichtstrahlen eintreten sollen, ganz an den Rand der Diaphragmaplatte rückt. Auf diese Weise verschliesst sie die ihr dicht gegenüber in der Wand der Ocularhülse angebrachte Oeffnung; und wenn die übrigen Seitenflächen des Glasstücks mit schwarzem Lack überzogen sind, die Hypotenusenfläche aber durch ein Metallplättchen verdeckt ist, bleibt das Sehfeld selbst vollkommen dunkel.

Die Diaphragmaplatte bildet, um ihr den zur Befestigung der S'Gravesand'schen Schneiden erforderlichen Durchmesser geben zu können, den Deckel einer flachen Trommel, auf deren cylindrisch abgedrehten Rand die das Ocular tragende Messinghülse aufgeschoben wird. Die Schraube *b* zur Regulirung des Spaltes bleibt ausserhalb derselben der Hand des Beobachters zugänglich. Das Ganze, Trommel mit Spalt und Ocular, bildet den Kopf eines Auszugs am Collimatorrohr, durch dessen Verschiebung die Einstellung des Spaltes in den Brennpunkt des Objectivs bewirkt werden kann.

Mit dem Theilkreis des Instruments ist an dem hier beschriebenen, für genauere Messungen bestimmten Exemplar ein kleinerer Hilfskreis *E* ohne Theilung, zur Repetition der Winkel, verbunden. Zu dem Zwecke trägt die stählerne Drehungsaxe des Theilkreises einen zweiten kürzeren Conus über der Fläche des Kreises hervorstehend. Auf ihm ist der Kreis *E* mittelst conischer Büchse aufgesteckt, so dass er sich unabhängig vom Hauptkreis um die gemeinsame Axe drehen aber auch nach Bedürfniss durch eine Klemme mit Feinschraube fest mit jenem verbinden lässt [1]).

Auf diesen Hilfskreis ist hier — in derselben Weise, wie es bei kleineren Instrumenten unter Wegfall der Repetitionsvorrichtung unmittelbar auf dem Hauptkreis geschehen könnte — die Vorrichtung aufgesetzt, welche zur Aufnahme und zur Regulirung der Prismen dient. — Ihre Construction weicht wesentlich ab von dem sonst üblichen Tischchen mit Schraubenfüssen. In geringer Höhe über der ebenen Fläche des Kreises liegt zunächst, dieser parallel, eine Metallplatte *F* in Form eines gleichseitigen Dreiecks, deren eine Seite zwischen zwei Schraubenspitzen *a* wie in einem Charnier sich dreht, während in der Nähe der gegenüberstehenden Ecke eine Schraube *b* mit gerändertem Kopfe einen stellbaren Fuss bildet. Durch eine federnde Platte — unter dem Kopf einer durch das Dreieck hindurchgeführten Zugschraube — wird dieser Fuss fest gegen die Kreisfläche angedrückt, wobei für die Bewegung der Fussschraube noch hinreichender Spielraum bleibt. Auf dieser dreieckigen Platte erhebt sich nahezu über der Mitte des Theilkreises ein senkrechter Ständer *G* und trägt in einer cylindrischen Hülse von ca. 6 Cm. Weite eine ringförmige Scheibe *H* von ca. 10 Cm. äusserem Durchmesser, welche sich unter mäs-

---

1) Die Klemmvorrichtung ist der Deutlichkeit wegen in der Zeichnung fortgelassen.

siger Reibung aber ohne Spielraum in jener Hülse rund umdrehen lässt. Die äussere ebene Fläche dieses Ringes liegt parallel dem Charnier der Grundplatte und sehr nahe in der Axe des Theilkreises, während die Visirlinie des Beobachtungsrohrs durch seinen Mittelpunkt geht.

Der bequemen Drehung wegen ist der äussere Umfang des Ringes *H* gerändert, seine Fläche aber trägt nahe am Rand zwei Klemmfedern, so wie solche beim Mikroskop zum Festhalten der Objecte im Gebrauch sind, mit deren Hilfe das zu untersuchende Prisma, angekittet an eine geschwärzte runde Messingscheibe von 2—3 Mm. Dicke und etwa 9 Cm. Durchmesser, auf dem Ring befestigt wird. Die an der Messingscheibe anliegende Fläche des Prisma's bleibt dabei durch eine centrale Oeffnung von passender Grösse in jener Scheibe, zugänglich.

Als letzter Bestandtheil des Instruments bleibt noch die einfache Mikrometervorrichtung zu beschreiben, welche dazu dienen soll, kleine Winkeldifferenzen unabhängig vom Theilkreis, und zwar genauer zu messen, als es die Ablesung der Kreistheilung erlauben würde. Um eine solche herzustellen, ohne dem Instrument Theile zufügen zu müssen, die ausserdem entbehrlich wären, ist die auf alle Fälle erforderliche Vorrichtung zur Feststellung und feinen Bewegung des Kreises in einer Form ausgeführt, welche erlaubt, die Schraube zur feinen Bewegung zugleich zur Messung dieser Bewegung zu verwenden. Zu dem Ende ist die Drehungsaxe unmittelbar unter der Scheibe des Theilkreises auf die Länge von 10—15 Mm. cylindrisch abgedreht und zwischen Kreis und Büchse ein massiver Ring eingelegt, der mittelst eines in seine Wand eingefügten Keiles und einer diesen bewegenden Druckschraube fest an die Axe angeklemmt werden kann. Von diesem Ring geht, von der Scheibe des Theilkreises bedeckt, ein hinreichend steifer Arm *h* in radialer Richtung ab und tritt mit sammt der unter ihm hinlaufenden verlängerten Spindel jener Druckschraube durch einen Ausschnitt im Träger *D* hindurch, vor dessen vorderer Wand er endet, während der geränderte Kopf *g* der Schraube einige Cm. weiter vorsteht.

Eine sorgfältig geschnittene Mikrometerschraube *i* deren Mutter an dem Träger *D* seitlich vom Ausschnitt befestigt ist, schiebt einen stählernen Anschlag am Ende des Armes *h* vor sich her, während dieser durch eine kräftige Feder ihr entgegengedrückt wird. — Die Bewegung, welche die Mikrometerschraube dem Theilkreis mittheilt, wenn der Arm *h* durch Anziehen des Schrauben-

kopfes g an die Axe angeklemmt ist, wird in der bekannten Weise mittelst einer getheilten Trommel gemessen, deren scharfer Rand zugleich zum Abzählen der ganzen Umdrehungen an einer kleinen auf dem feststehenden Index angebrachten Theilung dient.

3. Justirung des Spectrometers.

Was den Gebrauch des im Vorstehenden beschriebenen Instrumentes anlangt, so mögen zunächst die Operationen betrachtet werden, welche zur Vorbereitung der eigentlichen Messungen erforderlich sind. Als solche kommen ausschliesslich in Frage:

1) die Justirung des Collimator-Fernrohrs, in Hinsicht auf die Stellung des Spaltes und die Richtung der Axe;

2) die Orientirung des Prisma's; und — wenn man die, ein für alle mal auszuführende Ermittelung einer constanten Reductionszahl zu diesen Operationen rechnen will,

3) die Bestimmung des Winkelwerthes eines Umgangs der Mikrometerschraube.

Was die Justirung des Rohrs anlangt, so wird der erste Schritt darauf zu richten sein, die S'Gravesand'schen Schneiden in dem Diaphragma des Ocularauszugs genau in den Focus des Objectivs zu bringen. Dies geschieht am zweckmässigsten, indem man irgend eine gut geschliffene Planfläche (etwa an einem Prisma) auf das Instrument bringt und das von ihr entworfene Bild des Spaltes aufsucht. Da eine Abweichung der Lichtquelle vom Brennpunkt des Objectivs eine gleich grosse des Bildes in entgegengesetzter Richtung nach sich zieht, die Längenabweichung zwischen Spalt und Bild also doppelt so gross wird, so gibt das Erscheinen eines scharf begrenzten Bildes, welches zwischen die Schneiden eingestellt, keine Parallaxe zeigt, ein sehr empfindliches Kennzeichen für den richtigen Ort des Spaltes. — Natürlich wird man bei dieser Operation letztern hinreichend intensiv beleuchten, aber zugleich auch darauf Bedacht nehmen, dass das ganze Objectiv wirksam ist. Desshalb eignet sich hierzu directes Sonnenlicht nicht, weil bei dem geringen Winkeldurchmesser der Sonne nur sehr enge Strahlenkegel vom Spalt zum Objectiv gelangen, wohl aber eine helle Wolke oder eine, nahe am Instrument stehende Lichtflamme.

Den Auszug des Fernrohrs beim Befestigen von Zahn und Trieb so zu reguliren, dass der Spalt senkrecht zur Ebene des Theilkreises zu stehen kommt, ist füglich Sache des Mechanikers

und hat für diesen auch keinerlei Schwierigkeit. Aus nahe liegenden Gründen braucht diese Anforderung nur annähernd erfüllt zu sein.

Die Einstellung der Axe des Collimator-Fernrohrs senkrecht zur Drehungsaxe des Instruments wird sehr einfach mittelst einer planparallelen Platte ausgeführt die man auf den Ring *H* des Prismenträgers aufbringt. Angenommen zunächst, die Platte sei schon der Drehungsaxe parallel oder zum Theilkreis senkrecht, so würden die Bilder, welche beide Flächen bei Umdrehung des Kreises um 180° geben, jedenfalls in derselben Höhe durch das Gesichtsfeld passiren, wofern das Rohr nur so steht, dass sie überhaupt innerhalb desselben auftreten. Man brauchte alsdann nur durch Drehung der Schraube *d* das Rohr so weit zu neigen, dass jene Bilder, wenn sie in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht werden, gerade die Fortsetzung des verdeckten Theils vom Spalt bilden, ihr unteres Ende also innerhalb der kreisförmigen Oeffnung knapp den Rand dieser berührt. Steht aber — wie in diesem Stadium der Regulirung anzunehmen — die Planplatte der Drehungsaxe nicht parallel, so bilden die von der einen Fläche reflectirten Strahlen mit den von der andern reflectirten einen Winkel, der gleich dem doppelten Betrag jener Neigung ist; und es erscheinen demnach die von beiden Flächen entworfenen Spiegelbilder in ungleicher Höhe im Gesichtsfeld des Oculars. Man wird nun zunächst die Platte justiren, indem man durch Drehen der Fussschraube *b* das eine Bild dem andern um den halben Abstand entgegenführt; wonach dann das Fernrohr wie angegeben berichtigt wird. — Selbst bei einem vollständig derangirten Instrument wird es nach einigen Versuchen gelingen, zunächst ein Bild in das Gesichtsfeld zu bringen, um dann durch weiteres Probiren mittelst der beiden Schrauben auch das von der andern Seite der Platte zu erhalten; sind aber beide erst sichtbar, so ist das Weitere Sache weniger Handgriffe, die schnell und sicher sich ausführen lassen.

Die hierbei gemachte Voraussetzung einer parallelflächigen Platte braucht in Wirklichkeit keineswegs erfüllt zu sein. Vielmehr kann jedes beliebige Stück Spiegelglas dieselben Dienste thun, selbst wenn es nur unvollkommene Bilder gewährt. Denn die kleine Abweichung beider Flächen vom Parallelismus, die immer nur wenige Minuten beträgt, kann unschädlich gemacht werden, wenn man die Kante des Keiles, den eine solche Platte repräsentirt, zur Ebene des Theilkreises senkrecht stellt. Dazu aber

bietet die Beobachtung selbst die Hand. Denn jede Seite der Platte giebt in diesem Falle zwei Bilder des Spaltes — das eine durch directe Spiegelung an der vorderen Fläche, ein anderes durch Reflexion der in das Glas eingetretenen Strahlen an der Hinterfläche, letzteres ganz dem Spectralbild eines Prisma's entsprechend. In Folge des kleinen brechenden Winkels treten beide gleichzeitig im Gesichtsfeld auf, meistens sehr nahe neben oder übereinander, je nach der Stellung des Keiles. Dreht man nun, ein solches Doppelbild im Auge behaltend, den Ring des Prismenträgers bis beide Bilder gleich hoch neben einander stehen, so hat der Keil die verlangte Lage, und man kann nun diese Doppelbilder genau so wie die einfachen einer Parallelplatte zur Regulirung verwenden.

Die Justirung eines Prisma's fordert den Parallelismus seiner beiden Flächen mit der Drehungsaxe des Kreises, damit der Hauptschnitt des Prisma's der Ebene der Kreistheilung parallel sei und die Visirlinie des Collimatorfernrohrs in sich enthalte. Sofern man immer die letztere als schon berichtigt, d. h. zur Drehungsaxe senkrecht gestellt annimmt, wird das Kennzeichen für die richtige Orientirung des Prisma's, dass durch Drehung des Kreises beide Flächen nacheinander senkrecht auf die Visirlinie sich stellen lassen und dass also die von ihnen entworfenen Spiegelbilder, wenn sie in die Mitte des Sehfeldes kommen, genau die Fortsetzung des Spaltes bilden. — Die oben beschriebene Einrichtung des Prismenträgers gewährt nun nicht nur den Vortheil, Prismen jeder Grösse und Form, Krystalle, Bruchstücke von unregelmässiger Gestalt, ohne alle Vorbereitungen am Apparat anbringen zu können, da man sie nur mit etwas weichem Wachs oder dergl. an eine Scheibe mit passendem centralen Ausschnitt anzudrücken und diese Scheibe an den drehbaren Ring anzuklemmen hat, sondern sie macht auch die in Rede stehende Regulirung sehr viel leichter ausführbar, als es mit dem sonst üblichen Tischchen zumal dann der Fall ist, wenn nicht eine gut justirte Grundfläche die Stellung des Prisma's von Anfang an nahezu richtig macht. Wird nämlich das zu untersuchende Stück mit einer der wirksamen Flächen auf die ausgeschnittene Scheibe und sammt dieser auf den Ring des Prismenträgers gebracht, so kann die in der Ringebene liegende Fläche ausschliesslich durch Bewegung der Fussschraube *b* die richtige Stellung erhalten. — Wie nun auch die zweite Fläche dabei stehen mag, jedenfalls reicht jetzt die Drehung des Ringes hin, auch sie zu reguliren ohne die erste wieder zu verändern, da ja deren Normale mit der Axe des Ringes zusammenfällt. Man wird, von

einer nach Augenmaass gewählten Stellung ausgehend, den Ring mit der einen Hand langsam und stetig fortdrehen, während das Auge durch das Fernrohr sieht und die andere Hand den Theilkreis oder den Hilfskreis hin und her bewegt, bis das Spiegelbild im Gesichtsfeld aufblitzt. Jetzt wird man den Theilkreis stehen lassen und, das Spiegelbild im Auge behaltend, durch eine letzte kleine Drehung des Ringes die Justirung rasch und sicher vollenden. — Auf diese Art erhält man die richtige Stellung des Prisma's durch zwei von einander unabhängige Schritte, von denen jeder einen Theil der Regulirung sogleich definitiv vollzieht; und jeder macht zu dem nur einen einzigen Handgriff nöthig, der während der Beobachtung der Bilder am Fernrohr in aller Bequemlichkeit ausführbar ist.

Für gewöhnlich indess, d. h. beim wiederholten Gebrauch eines schon regulirten Instruments, wird jenes Geschäft noch weiter vereinfacht, wenn man beim Befestigen des Prisma's an einer der ausgeschnittenen runden Scheiben auf ein gleichmässiges Anliegen der befestigten Fläche Bedacht nimmt. Ist alsdann die Ringebene einmal der Drehungsaxe des Kreises parallel gerichtet, so wird die an sie angelegte Fläche des Prisma's immer von selbst regulirt sein, höchstens einer ganz geringen Nachhilfe noch bedürfen. Die ganze Vorbereitung, die nach dem Aufbringen des Prisma's nöthig ist, reducirt sich also auf die Drehung des geränderten Ringes.

Uebrigens ist, in Hinsicht auf diese verschiedenen Berichtigungen im Allgemeinen zu bemerken, dass für ihre Ausführung auch bei den höchsten Ansprüchen an die Genauigkeit der Messungen nur eine vergleichsweise geringe Schärfe beansprucht wird. Denn die Fehler, welche durch Abweichungen der Visirlinie oder der Prismenflächen in die am Theilkreis gemessenen Winkel gebracht werden, sind, wie man sich leicht überzeugt, sämmtlich von der Ordnung des Quadrats jener Abweichungen. Betrüge der Fehler der Visirlinie oder die Neigung des Hauptschnittes selbst einen halben Grad, so würde der daraus entspringende Fehler im ungünstigsten Falle doch nur wenige Bogensecunden ausmachen, also selbst bei einem fein getheilten Kreise kaum aus den Grenzen der Ablesungsfehler heraustreten. In Anbetracht dieser geringen Empfindlichkeit erscheint es nicht nur ganz unverfänglich, dass bei der hier angegebenen Construction des Collimator-Fernrohrs die optische Axe der Höhe nach nicht sehr scharf im Gesichtsfeld markirt ist, sondern man wird sich sogar der vollständigen Ausgleichung kleiner Höhenabweichungen ganz entschlagen dürfen.

Wenn — wie bei dieser Einrichtung der Fall — die ganze Höhe des Spaltbildes oder die ganze Breite des Spectrums, wegen der geringen Länge des Spaltes, kaum $1/2^0$ beträgt, so wird die Regulirung hinreichend genau sein, wenn die verschiedenen Bilder überhaupt nur zwischen die sichtbaren Schneiden treten, so dass ihre Einstellung möglich wird, auch wenn dabei das eine etwas höher, das andere etwas tiefer liegt.

Grösseres Gewicht dagegen ist auf die genaue Justirung des Focus zu legen, weil schon eine kleine Abweichung der Spaltebene von ihm, abgesehen von der geringeren Deutlichkeit der Bilder, Anlass zu parallactischen Fehlern gibt, zumal dann, wenn in Folge zufälliger Aenderungen in der Beleuchtung abwechselnd andere Theile der Objectivöffnung in Wirksamkeit treten.

Die Ermittelung der Reductionsconstante für die mikrometrischen Bestimmungen setzt Nichts weiter voraus, als dass man irgend einen Winkel, dessen Grösse anderweitig genau bekannt ist und in den Grenzen des Mikrometers liegt, mittelst der Schraube ausmisst und aus der Vergleichung beider Aufgaben den Winkelwerth eines Trommelumgangs ableitet.

Die Data für eine solche Vergleichung können selbstverständlich ohne Weiteres durch den Theilkreis selbst erlangt werden, wenn man an diesem unmittelbar den Winkel abliest, um welchen der Kreis durch eine gewisse Anzahl Umdrehungen der Schraube fortbewegt wird. Wiederholt man diesen Versuch, den ganzen Spielraum der Mikrometerschraube benutzend, hinreichend oft, so wird das Mittel die Reductionsconstante schon so genau ergeben, dass die Unsicherheit der Mikrometermessung bei kleineren Winkeln, die nur einen Bruchtheil des ganzen Spielraums betragen, auf einen geringen Theil von der Unsicherheit der Kreisablesung reducirt ist. Auf bequemere Weise und mit noch grösserer Sicherheit lässt sich die fragliche Bestimmung indess ausführen, wenn das Instrument eine Vorrichtung zur Repetition der Winkel besitzt. Man befestigt alsdann zwei kleine Stücke gut geschliffenen Spiegelglases, deren eine Seite mit schwarzem Lack überzogen ist, mit Hilfe eines haltbaren Kittes dicht nebeneinander auf einer Glasplatte in der Art, dass die spiegelnden Flächen einen kleinen Winkel, etwa dem Umfang der Mikrometerschraube entsprechend, unter einander einschliessen. Diesen Winkel misst man nach demselben Verfahren wie den Winkel eines Prisma's, aber unter vielmaliger Repetition, mittelst des Theilkreises aus, so dass man seinen Werth bis auf einen kleinen Bruchtheil des Ablesungsfehlers



sicher erhält. Hierauf wiederholt man die Messung mehrere Male mit der Mikrometerschraube. Die Vergleichung beider Resultate gibt den Werth des Schraubenumganges in jeder nur irgend wünschenswerthen Genauigkeit, abgesehen natürlich von etwaigen Fehlern der Schraube und von denjenigen Differenzen, die bei grösseren Winkeln aus dem Mangel vollständiger Proportionalität zwischen Winkel und Schraubenbewegung entspringen [1]).

4. Das Verfahren bei der Messung.

In Bezng auf die Ausführung der Messungen bleibt, sofern zunächst nur die Beobachtungen an festen Prismen in Rede stehen, kaum etwas Weiteres zu erörtern übrig als einige Vorsichtsmaassregeln und einige zur Erleichterung der Arbeit nützliche Handgriffe.

Wenn das Collimator-Fernrohr und das Prisma nach dem beschriebenen Verfahren regulirt sind, so werden bei Drehung des Theilkreises nicht nur die Spiegelbilder von beiden Flächen, sondern auch zwei Spectra in der richtigen Höhe durch das Gesichtsfeld des Oculars hindurch passiren. Zu einer vollständigen Bestimmung des Brechungsexponenten gehört aber ausser der Einstellung auf die Spiegelbilder nur die auf eines der Spectra; und es würde für die Messung durchaus gleichgiltig sein, welches man wählt, wofern das Prisma sehr vollkommen plane Flächen besitzt. Wenn dies aber nicht der Fall sein sollte — und man wird immer wohl thuen in dieser Beziehung nicht zu viel voraus zu setzen — kann ein merklicher Fehler daraus entspringen, dass bei den verschiedenen Stellungen, in welche das Prisma durch die Drehung geführt wird, andere Punkte seiner Flächen in die Verlängerung der Fernrohraxe fallen und daher für das Zustandekommen des Spectralbildes nicht genau diejenigen Flächentheile wirksam sind, an welchen der brechende Winkel gemessen wird. Diese Fehlerquelle, deren Vorhandensein sich auch bei sonst ganz brauchbaren Prismen oft genug constatiren lässt, und welche bei anderen Spectrometern nur schwer ausgeschlossen werden kann, ist mit dem hier angewandten Beobachtungsverfahren ohne Weiteres beseitigt,

1) Eine kleine Erleichterung bei der Reduction der Mikrometerangaben erzielt man, wenn der Schraubenumgang nahezu eine ganze Anzahl Minuten beträgt, etwa 6 oder 10; was sich ohne alle Schwierigkeit ausführen lässt. Die Theilung der Trommel wird dann so eingerichtet, dass die Ablesung unmittelbar auf Minuten und Secunden lautet, die unvermeidliche kleine Abweichung aber wird durch eine Correction an den abgelesenen Zahlen berücksichtigt.

wenn eine Fläche des Prisma's nahehin in die Drehungsaxe gebracht und nur das Spectralbild von der Seite dieser centrirten Fläche benutzt wird. Denn eine einfache Ueberlegung zeigt, dass dann — und auch nur dann — die Fernrohraxe, also die Mittellinie des wirksamen Strahlenbündels, bei der Einstellung der zwei Spiegelbilder die Prismenflächen in denselben Punkten trifft, welche bei der Einstellung auf das bezeichnete Spectralbild die Mitten der wirksamen Flächentheile bilden.

Bei der oben beschriebenen Construction des Prismenträgers ist diese Maassregel darin vorgesehen, dass die Ebene des Ringes in die Drehungsaxe des Kreises gelegt ist. Es wird dabei vorausgesetzt, dass man das Prisma dem Innern des Ringes zugekehrt aufbringt, der Art also, dass die in die Ringebene fallende Fläche nach der Seite der Fussschraube *b* hin frei liegt, weil nur in diesem Falle auch bei grösserem Brechungswinkel und dadurch bedingter sehr schiefer Incidenz die Beobachtung doch nie durch die dicke Wand des Ringes behindert sein wird.

Die eben erwähnte Vorsichtsmaassregel, welche nie ausser Acht bleiben darf, wenn es sich um grosse Genauigkeit der Messungen handelt, lässt bei Beobachtungen mit directem Sonnenlicht noch eine kleine Ergänzung zu, um zu verhindern, dass nach einander andere Theile des Fernrohrobjectivs in Wirksamkeit treten und dadurch die erwähnte Fehlerquelle, freilich in sehr viel geringerem Spielraum, wieder eröffnet werde. Führt man nämlich dem Spalt durch Vermittelung des Reflexionsprisma's und irgend anderer ebener Spiegel Sonnenlicht zu, so geht von jedem Punkte des Spaltes ein Strahlenkegel von nur $1/2^0$ Winkelöffnung aus. Da aber das Fernrohrobjectiv doch immer 4—5 Grad Oeffnungswinkel haben wird, so nimmt dieser Strahlenkegel nur einen kleinen Theil der Objectivöffnung, und damit auch nur einen kleinen Theil des ihr entsprechenden Umfangs der Prismenflächen in Anspruch; und zwar immer andere Theile, wenn die Einfallsrichtung der Strahlen um ein Weniges wechselt. Einen solchen Wechsel, der sich direct kaum verhindern oder auch nur controliren lässt, auszuschliessen oder doch auf beliebig enge Grenzen einzuschränken, genügt das einfache Mittel, ein für alle mal einen bestimmten Theil der Objectivöffnung durch eine Blendung abzugrenzen; und man erreicht hierdurch, wenn man diese Begrenzung nicht aussen vor dem Objectiv, sondern durch ein geschwärztes Diaphragma im Innern des Rohrs bewirkt, noch den weitern Gewinn, störende Reflexe von den Flächen des Objectivs verhindern zu können, welche sonst

beim Arbeiten mit Sonnenlicht die Beobachtung der lichtschwachen Theile eines Spectrums leicht beeinträchtigen. Die für Sonnenlicht freibleibende Oeffnung kann in dieser Art ohne irgend eine Verminderung der Lichtstärke recht wohl auf weniger als den vierten Theil des Durchmessers reducirt werden, da ja unter allen Umständen doch nur ein noch kleinerer Theil des Objectivs thatsächlich wirksam ist; nur wird es natürlich etwas schwieriger, die volle Beleuchtung fest zu halten, wenn sich die Einfallsrichtung der Strahlen ändert. Unter Beobachtung dieser Cautelen reicht selbst zu genauen Messungen schon ein kleines Prisma von geringer Vollkommenheit aus, sofern sich an ihm nur einander correspondirende hinreichend plane Stellen von $^1/_2$ bis 1 Quadratcentimeter Fläche finden.

Für die Beobachtung ist in den meisten Fällen eine weitere Zurichtung der Prismen nicht erforderlich. Nur wenn es darauf ankommt, die Untersuchung der Dispersion auch auf die lichtschwachen Theile des Sonnenspectrums oder auf die feineren und schwieriger erkennbaren FRAUNHOFER'schen Linien auszudehnen, wird es nöthig, die Reflexion an der hintern Fläche durch eine Metallbelegung zu unterstützen, die sich mittelst Zinnfolie und Quecksilber leicht herstellen lässt [1]). Man kann diese Belegung vor der Messung des brechenden Winkels schon bewirken, muss in diesem Falle aber — um nicht die Beobachtung des einen Spiegelbildes unmöglich zu machen — einen Theil der Glasfläche frei lassen.

Für die Beleuchtung des Spaltes genügt bei allen Beobachtungen, die nicht der scharfen Fixirung einzelner Farben bedürfen, das Licht einer seitlich vom Ocular aufgestellten Lichtflamme oder das diffuse Tageslicht, welches man von einer weissen Fläche, oder mittelst eines Spiegels vom Wolkenhimmel auf den Spalt leitet. — Wie aber zum Zweck der übrigen Messungen BUNSEN'sche Flammen [2]), der Inductionsfunke oder das Sonnenlicht zu ver-

---

1) Man führt diese Manipulation jeder Zeit in wenigen Augenblicken aus, indem man ein Streifchen Stanniol auf einer ebenen Unterlage glatt streicht, ein paar Tropfen Quecksilber darüber giesst und nachdem das Oxydhäutchen abgestrichen ist, die gereinigte Glasfläche vom Rande aus langsam aufschiebt. Drückt man das Prisma dann mit dem Finger fest auf und streicht das anhängende Stanniol rund herum ab, so ist die Belegung fertig und zu augenblicklichem Gebrauch bereit.

2) Zur Messung des Brechungscoefficienten der dem FRAUNHOFER'schen *D* entsprechenden Strahlen reicht übrigens schon die mit Kochsalz gefärbte Spiritusflamme vollkommen aus.

wenden sind, braucht hier nicht erörtert zu werden, da die Verfahrungsweisen hier die nämlichen bleiben, wie bei der Benutzung jedes andern Spectralapparates. Nur darauf sei hingewiesen, dass die Regulirung und die Controle der Beleuchtung in allen Fällen am sichersten und einfachsten bewirkt wird, indem man durch das Objectiv des Collimatorfernrohrs nach dem Spalte hinsieht und darauf achtet, dass er im ganzen Umfang der Objectivöffnung hell erleuchtet erscheine. In Bezug auf die Benutzung des Sonnenlichtes aber sei noch bemerkt, dass das Zusammenfallen von Collimator und Beobachtungsrohr bei dem beschriebenen Instrument einen selbstthätigen Heliostat leicht entbehrlich macht. Ein kleiner, in zwei Richtungen drehbarer Planspiegel, so wie er an Mikroskopen benutzt wird, auf einem passenden Stativ seitlich vom Ocular aufgestellt, so dass er der Hand des Beobachters zu steter Nachhilfe während der Beobachtung bequem zugänglich ist, reicht unter allen Umständen vollkommen aus, die Beleuchtung hinreichend constant zu erhalten, namentlich wenn man zur Unterstützung an der gegenüberliegenden Wand die Stelle markirt, auf welche der Schatten der Ocularhülse beim richtigen Einfall treffen muss. — Selbstverständlich wird man bei derartigen Beobachtungen nicht nur das Auge, sondern auch das Instrument durch geeignete Schirme gegen directes Licht schützen, — den Prismenträger am besten mit einer auf den Kreis gestellten cylindrischen Hülse aus geschwärzter Pappe, welche nur in der Höhe des Objectivs einen passenden Ausschnitt hat.

Wenn es sich darum handelt, die Messungen am Instrument zu vervielfältigen, um den Einfluss sowohl des Ablesungs- wie des Einstellungsfehlers zu vermindern, so bleibt ausser der einfachen Wiederholung der nämlichen Reihe von Einstellungen noch die Wiederholung in umgekehrter Lage des Prisma's zur Verfügung. Man dreht zu dem Zweck den Ring mit dem Prisma um 180°, wobei die in der Ringebene liegende Fläche von selbst justirt bleibt, während die andere durch Einstellung des Spiegelbildes oder des Spectrums neu regulirt wird. Besitzt das Instrument indess den bei der Beschreibung erwähnten Hilfskreis, so wird die Vervielfältigung der Messungen am zweckmässigsten durch Repetition der Winkel α und β nach dem bei Theodolithen üblichen Repetitionsverfahren bewirkt, indem man nach Durchlaufen des betreffenden Winkels auf dem Hauptkreis, diesen feststellt und das Prisma mittelst des Hilfskreises auf die anfängliche Stellung zurückführt, um hierauf dieselbe Drehung von Neuem mit dem Hauptkreise

wiederholen zu können. — Dasselbe Verfahren kann natürlich auch bei der mikrometrischen Messung verwandt werden, wenn der zu bestimmende Winkel so klein ist, dass ein Vielfaches von ihm in den Grenzen des Mikrometers bleibt.

5. Die Untersuchung von Flüssigkeiten im Hohlprisma.

Bei der Beobachtung einer Flüssigkeit, die in einem Hohlprisma eingeschlossen ist, bleibt das Verfahren in allen wesentlichen Stücken das nämliche wie bei Beobachtung fester Prismen. Zu erörtern ist daher nur die Einrichtung des zu verwendenden Hohlprisma's und die Ausführung einiger Hilfsmessungen, welche in diesem Falle, der unter Umständen erforderlichen Correctionen wegen, nöthig werden können.

Was das erste anlangt, so scheinen mir die Ansprüche, welche in Bezug auf Leichtigkeit der Füllung und des Verschlusses, Sparsamkeit im Substanzverbrauch, Bequemlichkeit der Reinigung und Einfachheit der Application zu stellen sind, durch die folgende Einrichtung mit verhältnissmässig geringen Mitteln erfüllt. — Der Körper des Hohlprisma's ist ein keilförmiger Abschnitt von einer dickwandigen Glasröhre, die ca. 12 Mm. inneren und ca. 22 Mm. äusseren Durchmesser besitzt. Von den beiden gut plan geschliffenen und polirten Schnittflächen steht die eine senkrecht zur Axe der Röhre, während die andere gegen sie unter dem Winkel geneigt ist, den das Prisma haben soll (24—27°). In die cylindrische Wand des Röhrenabschnittes sind an zwei gegenüberliegenden Stellen schmale Rinnen, parallel mit der zur Axe geneigten Grundfläche, eingeschliffen. Der Verschluss erfolgt durch zwei runde, 3—4 Mm. dicke und beiderseits vollkommen plane Crownglasplatten von ca. 30 Mm. Durchmesser. Von diesen ist die eine fest in eine geschwärzte Messingscheibe gefasst, wie zur Application der gewöhnlichen Prismen gebraucht wird. Auf die eine Fläche der anderen Platte werden an gegenüberliegenden Stellen nahe am Rande zwei schmale Glasleistchen aufgekittet, so dass die kreisförmige Basis des Prismenkörpers zwischen ihnen gerade Platz hat; ihre zweite Fläche wird mit einem 8—10 Mm. breiten Streifen Folie belegt.

Beim Zusammenfügen wird der keilförmige Körper des Prisma's mit seiner elliptischen Fläche auf die in der Metallscheibe befestigte Glasplatte aufgelegt und durch eine gabelförmige federnde Klammer, welche in die vorher erwähnten Rinnen in der äussern

Wand eingreift und mittelst einer kleinen Schraube gegen die Messingscheibe angezogen werden kann, mit mässigem Druck angepresst. Hierauf füllt man den Hohlraum, während seine obere Oeffnung horizontal gehalten wird. mit der betreffenden Flüssigkeit so weit, bis ein flacher Meniscus übersteht, und schiebt endlich die zweite Planplatte vom dickeren Theile des Prisma's her vorsichtig auf. — Einer Befestigung dieser Deckplatte bedarf es nicht; bei gut geschliffenen und sorgfältig gereinigten Flächen bewirkt die Adhäsion einen vollkommen sichern Schluss, wofern nur das Herabgleiten der Platte — durch die angekitteten Glasleistchen — verhindert ist.

Mit Hilfe der runden Scheibe wird das so hergerichtete Hohlprisma, dessen Zusammensetzung auf Taf. IV Fig. 3 skizzirt ist, genau in derselben Weise, wie für gewöhnliche Prismen beschrieben, am Spectrometer befestigt, so dass die foliirte Deckplatte nach dem Innern der Ringes am Prismenträger zu liegen kommt. Auch die Justirung der beiden äusseren Flächen so wie die Einstellung auf die Spiegelbilder des Spaltes und auf das Spectrum kehrt in derselben Form wieder. Nur für den Fall, dass die beiden Planplatten nicht vollkommen parallelflächig sind, bedarf es noch einiger Hilfsbestimmungen, um die wegen dieser Abweichung erforderlichen Correctionen ausführen zu können.

Unter der Voraussetzung, dass die Abweichung vom Parallelismus bei beiden Platten nur einige Bogenminuten beträgt, reicht es für jenen Zweck vollkommen aus, wenn nach Justirung der beiden äusseren Prismenflächen noch die Winkel bestimmt werden, welche die Normalen der beiden innern Flächen, in der Projection auf die Ebene des Theilkreises, mit den Normalen jener äusseren Flächen einschliessen. weil alle Ablenkungen, welche in der Richtung senkrecht zur Ebene des Hauptschnittes eintreten, so lange dieselben klein sind, auf die Messung keinen Einfluss gewinnen. Die verlangten Winkel aber lassen sich bei der Beobachtung der Spiegelbilder der äusseren Flächen sehr leicht mit bestimmen, indem man auf die zwar lichtschwachen aber doch immer sichtbaren [1]) Nebenbilder des Spaltes, welche die Reflexion an den Grenzflächen zwischen Glas und Flüssigkeit ergiebt, beiläufig mit einstellt. Misst man mittelst des Mikrometers am Instrument den

1) Sollte aber der Brechungsindex der Flüssigkeit dem des Crownglases so nahe liegen, dass diese Nebenbilder unsichtbar bleiben, so würde auch jede Correction unnöthig sein.

Winkel v, um welchen je eines dieser Nebenbilder von dem ihm benachbarten Reflexbilde der äussern Prismenfläche abliegt, so steht der gefundene Betrag zu dem gesuchten Winkel u, den die betreffende Platte vermöge ihrer Keilform in die Ebene des Theilkreises einführt, in der Beziehung

$$\sin v = \nu \sin u$$

wo ν den Brechungsindex des angewandten Glases bedeutet. — Wegen der Kleinheit von u und v wird man aber ohne wahrnehmbaren Fehler, wofern Crownglas vorliegt, $\nu = 1{,}5$ setzen und statt der Sinus die Winkel selbst verwenden dürfen, so dass also einfach

$$u = \frac{2}{3} \cdot v$$

das gesuchte Datum ergiebt. — Nach welcher Seite aber die innere Fläche einer Platte gegen die äussere geneigt ist, ergiebt sich sogleich, indem man auf die gegenseitige Lage der beiden zusammengehörigen Spaltbilder im Gesichtsfelde des Beobachtungsrohrs achtet; und zwar gilt dabei die leicht abzuleitende kurze Regel: der dickere Rand der Platte liegt nach derjenigen Seite, nach welcher im Fernrohr das Nebenbild des Spaltes erscheint.

In dieser Weise sind die zur vollständigen Berechnung der Messungen erforderlichen Data jederzeit während der Messung selbst zu gewinnen. Da es indess keinerlei Schwierigkeiten findet, Platten von den hier in Rede stehenden Dimensionen bis auf wenige Bogensecunden genau parallelflächig herzustellen, so werden bei einem gut gearbeiteten Apparat derartige Hilfsbestimmungen überhaupt nicht vorkommen. Wo jedoch die Abweichungen nicht zu vernachlässigen sind, lässt sich die Ermittelung der Correctionsdata noch erheblich vereinfachen, wenn man die Winkel der Platten vor der Zusammensetzung des Hohlprisma's ein für alle mal bestimmt und Vorkehrungen trifft, dass die Abweichungen vom Parallelismus immer in derselben Weise zur Geltung kommen. Zu dem Zweck ist nichts weiter erforderlich, als dass an dem Körper des Prisma's und an jeder Platte derjenige Durchmesser, in welchem der Winkel liegt, sichtbar markirt werde, damit beim Zusammensetzen die Hauptschnitte der drei keilförmigen Stücke stets nahehin parallel gerichtet werden können. Wegen der immer vorauszusetzenden Kleinheit der Platten-Winkel ist alsdann jeder von ihnen stets mit seinem vollen Betrag als wirksam anzunehmen, selbst wenn die Hauptschnitte der Platten in Wirklichkeit um mehrere Grade von dem des Prisma's abweichen sollten.

Die Neigung der Flächen einer keilförmigen Platte und die Lage des Keiles wird man natürlich am Spectrometer bestimmen. Man bringt die betreffende Platte ganz wie ein Glasprisma auf den Prismenträger, stellt auf das Reflexbild der vordern Fläche ein und dreht den Ring so weit, bis das daneben auftretende durch Reflexion an der hintern Fläche entstandene Spaltbild (welches bei grösserem brechenden Winkel offenbar als das Spectrum erscheinen würde) genau in gleicher Höhe im Gesichtsfeld auftritt. Derjenige Durchmesser der Platte, welcher jetzt der Ebene des Theilkreises parallel steht, entspricht der Richtung des Keiles. Der Neigungswinkel aber wird auch in diesem Falle wieder am leichtesten und genauesten erhalten, indem man den Winkel zwischen den beiden nebeneinander auftretenden Spaltbildern mikrometrisch misst und seinen Betrag durch den Brechungsindex des Crownglases dividirt.

Die hier beschriebene Construction des Hohlprima's ist gegenüber den sonst gebräuchlichen Formen, was die Leichtigkeit der Herstellung und die Bequemlichkeit der Handhabung anlangt, entschieden im Vortheil, dagegen darin im Nachtheil, dass bei ihr die Temperatur der Flüssigkeit nicht durch ein in das Prisma selbst eingelassenes Thermometer bestimmt werden kann. Indess ist hierbei zu bedenken, dass genaue Temperaturmessung doch nur möglich ist, wenn die Temperatur an dem betreffenden Object stationär, also auch mit derjenigen der nächsten Umgebung gleich geworden ist. Alsdann aber braucht man auch keinen merklichen Fehler zu befürchten, wenn das Gefäss des Thermometers dicht neben dem Prisma innerhalb eines den ganzen Prismenträger überdeckenden Behälters — am besten aus Metall — angebracht wird.

Beiläufig sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass für Untersuchungen an Flüssigkeiten die hier zu Grund gelegte Beobachtungsweise noch andere Combinationen zulässt, welche in Hinsicht auf manche specielle Aufgaben erhebliche Vortheile darbieten würden. — Wenn es sich z. B. darum handelt, die Veränderung des Brechungsexponenten einer Flüssigkeit bei wechselnder Temperatur genau zu bestimmen, so würde es offenbar von grossem Nutzen sein, wenn alle zur Berechnung dieser Veränderung nöthigen Data, also sowohl der brechende Winkel des Prisma's wie auch die Ablenkung der Strahlen, in ihren Differenzen von einer Beobachtung zur andern, selbständig durch mikrometrische Messung erhalten werden könnten. In der That ist diess möglich,

wenn man ein Hohlprisma mit reflectirender hinterer Fläche so construirt, dass die gebrochenen und an der letzten Fläche reflectirten Strahlen nach ihrem Austritt nahehin in der Richtung der Normalen zur vordersten Fläche verlaufen, und wenn ausserdem eine andere spiegelnde Fläche, die dem Beobachtungsrohr gleichzeitig mit der Vorderfläche zugänglich ist und deren Normale ebenfalls jene Richtung hat, in unveränderliche Verbindung mit der Hinterfläche gebracht wird. Beiden Anforderungen kann offenbar genügt werden, wenn man die betreffende Flüssigkeit zwischen einer Planplatte und einem festen Prisma von angemessenem Winkel einschliesst, der Art, dass letzteres dem Collimator-Fernrohr zugewandt ist, die äussere Fläche der Platte dagegen die spiegelnde Rückwand bildet. Auf dieser Platte aber müsste an der dem Fernrohr zugewandten Seite ein zweites Prisma, fest aufgekittet, so angebracht werden, dass seine freie Fläche der Vorderfläche des andern nahehin parallel steht und neben ihr von einem Theile des Fernrohrobjectivs Strahlen empfängt. Es würden alsdann, nach gehöriger Justirung, in geringem Winkelabstand von einander drei Spaltbilder, zwei durch einfache Reflexion, das dritte durch Brechung und Reflexion erzeugt, sichtbar werden. Die mikrometrische Messung der Winkel zwischen ihnen würde die Veränderungen sowohl des brechenden Winkels der Flüssigkeit wie auch der an der Trennungsfläche von Glas und Flüssigkeit eintretenden Brechung ergeben, wenn durch vorausgehende Beobachtungen der Winkel zwischen der freien Fläche des Hilfsprisma's und der Rückwand der Platte so wie der Winkel des wirksamen Prisma's ein für alle mal bestimmt worden ist.

Ein derartig zusammengesetztes Flüssigkeitsprisma — dessen Herstellung keinerlei Schwierigkeiten bieten würde — könnte allerdings nicht ohne Weiteres in der oben beschriebenen Weise an dem Spetrometer angebracht werden. Indess würde auch gar kein Grund vorliegen, es mit einem Theilkreise zu verbinden, da die erforderlichen mikrometrischen Messungen in diesem Falle viel zweckmässiger mit einem beweglichen Fadenkreuz neben dem lichtgebenden Spalt im Collimator-Fernrohr auszuführen wären. Ein nach diesem Princip zu construirendes Variations- oder Differential-Spectrometer würde daher nur ein einfaches festes Gestell für die Prismencombination und ein davon unabhängig aufzustellendes Collimator-Fernrohr mit Ocular-Schraubenmikrometer nöthig machen. — Nach derselben Methode könnte übrigens auch die Temperaturvariation im Brechungsexponenten eines Glaspris-

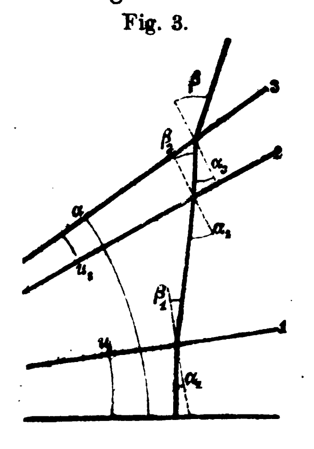
ma's in grosser Genauigkeit ermittelt werden, wenn man auf die dem Fernrohr zugewandte Prismenfläche ein zweites kleineres Prisma von solchem Winkel befestigt, dass das von ihm herrührende Spiegelbild sich auf das gleichzeitig im Gesichtsfeld erscheinende Spectrum projicirt.

6. Die Berechnung der Messungsresultate.

Die Ableitung des Brechungsindex irgend einer Farbe aus den an einem festen Prisma gemessenen Stücken, den beiden Winkeln α und β, ist nach dem Früheren von selbst erledigt. Dagegen bedarf die Reduction der Beobachtungen an einem Hohlprisma mit keilförmigen Schlussplatten noch einer näheren Erörterung. —

Sei α wieder der Winkel zwischen den beiden äussern Flächen des Hohlprisma's und β, wie früher, der Winkel, den die Axe des Collimators bei der Einstellung auf irgend eine Stelle des Spectrums mit der Normalen der vordersten Fläche bildet; u_1 und u_2 seien die kleinen Winkel, welche die Platten im Hauptschnitt des Prisma's ergeben, positiv gerechnet, wenn der betreffende Keil ebenso liegt wie der Körper des Prisma's; ν endlich bezeichne den bekannten Brechungsindex des angewandten Glases, n denjenigen der Flüssigkeit für die eingestellte Farbe. — Die drei brechenden Flächen im Prisma seien, von der hintersten ausgehend, durch die Zahlen 1, 2, 3 unterschieden und die Winkel, welche der Strahl mit der Normalen zu jeder von ihnen bildet seien α_1, β_1 — α_2, β_2 — α_3, β_3 — in derjenigen Reihenfolge, in welcher sie nach der Reflexion an der Rückwand auftreten. — Alsdann ergiebt sich der Verlauf eines Strahles durch folgende Rechnung.

Fig. 3.



Erstens folgt aus der Bedingung, dass der eingestellte Strahl die Rückwand des Prisma's senkrecht treffen muss,

1) $\alpha_1 = u_1$.

Weiter ist

2) $\sin\beta_1 = \frac{\nu}{n}\sin\alpha_1$;

3) $\alpha_2 = \alpha - (u_1 + u_2) + \beta_1$

und

4) $\sin\beta_2 = \frac{n}{\nu}\sin\alpha_2$.

Unter der Voraussetzung, dass die bei-

den Winkel u_1 und u_2 klein genug seien, um ihre Cosinus ohne Fehler durch die Einheit und ihre Sinus durch die Bogen ersetzen zu können, folgt hieraus

$$\alpha_2 = \alpha - u_1 - u_2 + \frac{\nu}{n} u_1 = \alpha - \left(1 - \frac{\nu}{n}\right) u_1 - u_2$$

und weiter

$$\sin \beta_2 = \frac{n}{\nu} \sin \alpha - \frac{n}{\nu} \cos \alpha \,. \left\{\left(1 - \frac{\nu}{n}\right) u_1 + u_2\right\}$$

Aus dem beobachteten Austrittswinkel $\beta_3 = \beta$ folgt andererseits

$$5)\ \sin \alpha_3 = \frac{1}{\nu} \sin \beta$$

und

$$6)\ \beta_2 = \alpha_3 - u_2.$$

Beides verbunden ergiebt

$$\sin \beta_2 = \frac{1}{\nu} \sin \beta - \cos \alpha_3 \,. \, u_2$$

$$= \frac{1}{\nu} \sin \beta - \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\nu^2} \sin^2 \beta}\right) . \, u_2.$$

Setzt man beide für $\sin \beta_2$ erhaltenen Ausdrücke einander gleich, so folgt nach einigen leichten Umformungen

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} + (n - \nu) \,. \cot \alpha \,. u_1 + \left(\frac{n \cos \alpha - \sqrt{\nu^2 - n^2 \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}\right) u_2.$$

In diesem Ausdrucke stellt das erste Glied offenbar denjenigen Werth für n dar, der sich ergeben würde, wenn die Platten des Prisma's genau parallelflächig wären; die zwei andern Glieder aber bestimmen die den Winkeln u_1 und u_2 proportionalen Correctionen. Den zu ihrer Berechnung erforderlichen Werth des n hat man natürlich in dem Näherungswerthe, welchen das erste Glied für sich ergiebt.

Die Berechnung der Beobachtungen nach obenstehender Regel wird übrigens dadurch sehr erleichert, dass bei einem gegebenen Apparat, unter Voraussetzung gleichförmiger Zusammensetzung der Theile, die Grössen ν, α, u_1 und u_2 stets dieselben Werthe behalten. Man kann daher die ganze Correction ein für alle mal für eine Reihe von Werthen des n — etwa für die Zahlen 1.30, 1.35, 1.40, 1.45, ... — zum Voraus ausrechnen und in Form einer kleinen Tafel zusammenstellen. Aus dieser wird sich alsdann der Betrag der Correction für den einzelnen Fall durch eine leichte Interpolation mit dem durch das erste Glied der Formel erhaltenen Näherungswerth des n entnehmen lassen.

In wie weit die Correction ins Gewicht fällt und unter welchen

Umständen sie überhaupt Berücksichtigung verdient, lässt sich auf Grund obiger Formel leicht beurtheilen, wenn man den Betrag für den ungünstigsten Fall, der etwa vorkommen kann, ausrechnet. Setzt man z. B. $\alpha = 24^\circ$ und nimmt $\nu = 1.5$, für n aber einen Werth, der unter den bei Flüssigkeiten möglicher Weise vorkommenden von jenem am weitesten abliegt — etwa 1.3 oder 1.65 —, so geben beide Correctionsglieder zusammen doch höchsten 3 Einheiten der vierten Decimalstelle für je eine Bogenminute Abweichung der Verschlussplatten ($u = 0.00029$); wobei überdiess angenommen ist, dass beide Keile gleiche Lage haben. Man erkennt hiernach, dass Abweichungen, die unter einer halben Minute bleiben, zumal wenn bei der Zusammensetzung des Prisma's auf entgegengesetzte Lage der Platten Bedacht genommen wird, fast bei allen Untersuchungen völlig vernachlässigt werden dürfen. Aber auch bei viel grösseren Winkeln der Verschlussplatten wird man wenigstens von der Veränderung absehen können, welche die Correction für verschiedene Stellen des Spectrums erfährt; und man wird demnach die zur Dispersionsbestimmung dienenden Unterschiede im Winkel β ganz so verrechnen, wie wenn dieselben an einem einfachen Prisma beobachtet worden wären.

Die Ermittelung der Dispersion würde nur in einer mehrfachen Wiederholung dieser Rechnung bestehen, wenn man die den verschiedenen Farbstrahlen entsprechenden Werthe des W. β einzeln messen, oder auch mit Hilfe der mikrometrischen Hilfsmessung aus einem Werthe des β ableiten wollte. Es ist aber — aus naheliegenden Gründen — zweckmässiger, die Differenz der Werthe des n für verschiedene Farben unmittelbar zu berechnen aus den mikrometrisch gemessenen Winkeldifferenzen, die zwischen ihren Einstellungen liegen; wozu sich folgendes Verfahren ergibt: Bezeichnen n_1 und n_2 die Brechungsindices zweier Farben und β_1, β_2 die ihnen correspondirenden Einstellungen, während $n_2 - n_1 = \Delta n$ und $\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta$ gesetzt wird, so ist

$$\Delta n = \frac{\sin\beta_2 - \sin\beta_1}{\sin\alpha}$$

$$= \frac{2\cos\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \cdot \sin\frac{\beta_2 - \beta_1}{2}}{\sin\alpha}$$

$$= \frac{2\cos[\beta]\,\sin(\frac{1}{2}\Delta\beta)}{\sin\alpha}$$

Weil die Winkeldifferenz $\Delta\beta$ in der Praxis immer nur sehr klein

sein wird, kann $2 \sin \frac{1}{2} \Delta\beta$ durch $\sin \Delta\beta$ oder $\Delta\beta$ ohne jeden Fehler ersetzt werden. Es wird daher schliesslich

$$\Delta n = \frac{\cos[\beta]}{\sin \alpha} \Delta\beta.$$

wobei

$$\frac{\beta_2 + \beta_1}{2} \text{ mit } [\beta]$$

bezeichnet ist und offenbar den Mittelwerth beider Einstellungen oder den Einstellungswinkel für die Mitte des Intervalls zwischen beiden Farben bedeutet.

7. Die Genauigkeitsgrenzen bei der beschriebenen Beobachtungsmethode.

Wenn es sich darum handelt, ein Urtheil zu gewinnen über den Grad der Sicherheit, mit welcher die dargelegte Beobachtungsweise die gesuchten Grössen zu bestimmen erlaubt, so ist in Erwägung zu ziehen einerseits die den einzelnen Bestimmungen gesetzte Genauigkeitsgrenze, andererseits der Einfluss, welchen Fehler in den einzelnen Messungsdaten auf das schliessliche Resultat üben. Die Betrachtung muss sich also sowohl auf die aus der Construction des Apparates und aus der Art seines Gebrauchs fliessenden Fehlerquellen richten, wie auch auf das Princip, nach welchem die Herleitung der gesuchten Werthe aus den Daten der Beobachtung erfolgt.

Die hier in Rede stehende Methode unterscheidet sich, wenn man zunächst nur auf die Auffassung der optischen Phänomene im Gesichtsfeld des Beobachtungsrohrs achtet, von den sonst zu ähnlichen Zwecken üblichen Verfahrungsweisen kaum anders als darin, dass zur Fixirung einer bestimmten Visirrichtung an Stelle des üblichen Fadenkreuzes ein Paar kurzer Schneiden verwandt wird. Nach den Erfahrungen des Verfassers an den in der Werkstatt des Herrn C. Zeiss ausgeführten Instrumenten steht diese Vorrichtung in Hinsicht auf Sicherheit und Schärfe der gewöhnlichen nicht im Geringsten nach. Bei der Beobachtung eines Spiegelbildes oder eines discontinuirlichen Spectrums, welches sich aus einer Reihe monochromatischer Spaltbilder zusammensetzt, erscheint, unter Voraussetzung genauer Regulirung des Auszugs und vollkommener Form der spiegelnden und brechenden Flächen, das Bild des Spaltes genau von gleicher Breite mit dem Abstand der sichtbaren Schneiden, so dass diese jenes Bild grade zwischen

sich fassen; wobei offenbar die Bedingungen für eine scharfe Einstellung so günstig wie nur immer möglich sein müssen. Handelt es sich andererseits um ein continuirliches Spectrum mit Fraunhofer'schen Linien, so hebt sich selbst in den lichtschwachen Theilen der vollkommen dunkle Körper des Spaltes sehr deutlich auf dem farbigen Hintergrunde ab, und es ist leicht, eine der Fraunhofer'schen Linien genau in die Mitte zwischen die sichtbaren Schneiden zu bringen, zumal diese bei derartigen Beobachtungen immer ziemlich eng gestellt sein werden. Die Schärfe der Einstellung wird dabei — was namentlich der mikrometrischen Messung zwischen den einzelnen Theilen des Spectrums zu Statten kommt — sehr unterstützt durch die Leichtigkeit, mit welcher die Stellschraube am Ocular während der Beobachtung selbst die Spaltweite der Helligkeit und den sonstigen Umständen anzupassen erlaubt. Dem entsprechend geht bei gut begrenzten Bildern, wenn das Beobachtungsrohr etwa 8—12fache Vergrösserung gibt, der Einstellungsfehler nie über den Betrag von 2—3″, wie man mittelst der Mikrometerschraube leicht controliren kann. — Nur gegenüber den Ursachen, welche die Reinheit des Spectrums beeinträchtigen können, ist die vorliegende Beobachtungsweise etwas empfindlicher und in sofern ungünstiger als die Fraunhofer'sche Methode, weil alle Abweichungen sowohl in der Substanz des Prisma's, wie namentlich in der Form der Flächen hier, verglichen mit ihrem Einfluss auf ein hindurch tretendes Strahlenbündel, verdoppelt zur Wirkung kommen.

Neben der Schärfe der Einstellung ist für die Genauigkeit der Messungsdata noch maassgebend: erstens die correcte Wirkung der beiden goniometrischen Apparate, Theilkreis und Mikrometer, und zweitens die Sicherheit, mit welcher die Construction des Instrumentes unregelmässige wie constante Fehlerquellen ausschliesst. — In Betreff des Theilkreises ist hier Nichts zu erörtern, da Construction und Handhabung in keinem Punkte sich von dem Gewohnten und Bewährten entfernen. Ueber die Mikrometervorrichtung jedoch mögen, da die hier beschriebene Einrichtung sich nicht in demselben Falle befindet, einige Erläuterungen hier noch Platz finden.

Den Umfang der Messungen bei einem Mikrometer dieser Art bestimmen einerseits die technischen Hindernisse, welche der genauen Ausführung längerer Schrauben entgegenstehen, andererseits auch die Rücksicht auf Sicherheit und Bequemlichkeit des Gebrauchs, die beide jedenfalls wesentlich beeinträchigt würden,

wenn die Messung über die Grenze hinaus führen sollte, bis zu welcher einfache Proportionalität zwischen der Bewegung der Schraube und der Grösse der bewirkten Drehung angenommen werden kann. Beide Umstände lassen es gerathen erscheinen, den Spielraum für die Anwendung der Schraube auf ca. 5 Grad zu beschränken — um so mehr, als bei dem hier beabsichtigten Gebrauch kaum das Bedürfniss eines weiteren Umfangs eintritt. Innerhalb dieser Grenzen kann einerseits, wie die Untersuchung ausgeführter Instrumente dem Verfasser gezeigt hat, der Apparat einen solchen Grad technischer Vollkommenheit erhalten, dass die Fehler der Messung vollständig durch die unvermeidlichen Einstellungsfehler verdeckt bleiben, wie andererseits auch die Abweichung von der Proportionalität ausser Acht gelassen werden darf. Denn bedenkt man, dass die Fortbewegung der Schraube der Tangente der Drehung proportional ist, und zwar von derjenigen Stellung aus gerechnet, bei welcher die Axe der Schraubenspindel zu dem Radius des Contactpunktes senkrecht steht, so wird die Differenz für einen Winkel von 4° ca. 6″, für einen Winkel von 5° ca. 12″ betragen, wenn die Messung so erfolgt, dass die Mitte des Intervalls, wenigstens nahezu, auf die Normalstellung trifft. Das Maximum des Fehlers, der aus diesen Differenzen entspringt, reducirt sich aber von selbst auf den vierten Theil der angegebenen Grössen, wenn man die Werthe des Schraubenumgangs, den man der Reduction zu Grunde legt, aus der Messung eines Winkels von der Grösse des ganzen Intervalls ableitet. Legt man also der Ermittelung der Reductionsconstante etwa einen Winkel von 4° zu Grunde, so werden alle Mikrometerangaben, bei welchen die Schraube nicht um mehr als 2° aus ihrer Normalstellung entfernt wird, also bis zum Umfang von 4°, höchstens um $1^1/_2$″ fehlerhaft sein; und diese Fehlergrenze wird auch für diejenigen Messungen noch nicht überschritten, bei welchen die Abweichung der Schraube um $^1/_2$° weiter geht. Man sieht, dass für einen Gesammtumfang der Mikrometermessungen bis etwa 5° die Reductionsfehler unbedenklich ausser Acht gelassen werden dürfen, wenn bei der Construction darauf Bedacht genommen ist, die Stellung der Schraubenspindel so zu reguliren, dass sie in der Mitte des Spielraums ihrer Bewegung nahehin senkrecht zum Hebelarm der Drehung steht. Dieses Verlangen stösst so wenig auf ernstliche Hindernisse, wie die anderweitigen Ansprüche, welche neben der Forderung gleichförmiger Ganghöhe an die technische Ausführung zu stellen sind. Denn die Vorrichtung verlangt zur correcten

Functionirung sonst Nichts, als dass die Contactfläche am Ende des Armes hinreichend glatt und in der Richtung nach dem Mittelpunkt des Kreises hin gut geebnet sei, und dass die Schraubenspindel in einer Wölbung von starker Krümmung endige, die während der Drehung keine merkliche Seitenbewegung erfährt, — was bei sorgfältiger Ausführung recht wohl in aller Vollkommenheit zu erreichen ist.

Zur Prüfung des Mikrometers in Bezug auf die letzterwähnten Ansprüche eignet sich die auf Seite 20 erwähnte Hilfsvorrichtung zur Ermittelung des Reductionsfactors, nur dass man in diesem Falle den Winkel zwischen den beiden spiegelnden Flächen auf einen Betrag von 1—2° vermindern muss, damit er innerhalb des Umfangs der Schraube mehrmals durchmessen werden kann. Auch das Doppelbild, welches ein schwach keilförmiges Stück gut polirten Spiegelglases gewährt, kann für diesen Zweck benutzt werden.

Der todte Gang der Schraube wird hinreichend durch den Druck der auf den Arm wirkenden Feder aufgehoben; und wenn man — was allerdings nöthig — beim Gebrauch die Vorsicht übt, zusammengehörige Einstellungen stets mit derselben Drehungsrichtung auszuführen, um dadurch den Einfluss einer wechselnden Spannung der Theile auszuschliessen[1]), so gewährt diese einfache Construction des Mikrometers die Präcision, welche nöthig und ausreichend ist, um die Genauigkeit der Wahrnehmungen für die Messung vollständig auszunützen. Seine Verwendung ersetzt also, wenigstens für einen wichtigen Theil der Beobachtungen eine Vollkommenheit des Theilkreises, die bei Instrumenten von mässigen Dimensionen überhaupt nicht möglich ist, und die, soweit sie zu erreichen wäre, nicht nur den Apparat sehr viel kostspieliger, sondern auch seinen Gebrauch schwieriger und umständlicher machen müsste.

Eben so wesentlich wie die Correctheit des Messapparates ist ferner die Ausschliessung von constanten oder unregelmässigen Fehlerquellen, welche die strenge Identität der wirklich gemessenen Grössen mit den nach dem Princip der Methode zu messenden aufheben. Die Beseitigung derartiger Abweichungen deckt sich aber offenbar mit der vollkommenen Erfüllung der verschiedenen Postulate, auf welche die Theorie des Beobachtungsverfah-

---

1) Man wird also, falls beim Einstellen der richtige Punkt überschritten ist, die Schraube erst wieder um einen kleinen Weg hinter das Ziel zurückdrehen, um es zum zweiten mal in der früheren Richtung zu erreichen.

rens sich gründet; und sie wird daher um so grösserer Sicherheit fähig sein, je weniger solche Postulate vorliegen und je besser die einzelnen durch die Construction des Instrumentes gewährleistet sind.

Im vorliegenden Falle kommen nun keine Voraussetzungen in Frage ausser den folgenden:

1) dass die Visirlinie des Collimatorrohrs während je einer Reihe zusammengehöriger Einstellungen eine unveränderliche Lage gegen die festen Nullpunkte der Winkelmessung behalte;

2) dass sie gleichzeitig mit dem Hauptschnitt des Prisma's zur Drehungsaxe des Theilkreises senkrecht stehe; und

3) dass diejenigen Theile der Prismenflächen, welche bei den zusammengehörigen Einstellungen abwechselnd spiegelnd und brechend wirken, in unveränderter Lage zum Theilkreis bleiben. Die Anforderungen unter Punkt 2) und 3) kehren ganz in derselben Weise bei allen anderen Beobachtungsmethoden wieder; und aus der oben gegebenen Beschreibung des Justirungsverfahrens ist ohne Weiteres ersichtlich, dass sie in jeder nur wünschenswerthen Genauigkeit und Sicherheit erfüllt werden können. In Bezug auf Punkt 1) dagegen gibt die hier betrachtete Einrichtung selbstverständlich günstigere Bedingungen als die bisher in Gebrauch befindlichen Instrumente, insofern das vollkommene Zusammenfallen von Collimator und Beobachtungsrohr die Anforderungen in dieser Richtung vereinfacht und zudem ihre mechanische Erfüllung dadurch erleichtert, dass die Visirlinie unbeweglich mit dem festen Theile des Instrumentes verbunden ist. Ausserdem aber bildet einen wesentlichen Vorzug der Methode das Hinwegfallen jeder besonderen Bedingung für den Verlauf der Strahlen im Prisma, wie sie beim Fraunhofer'schen Verfahren in der Forderung der Minimalablenkung gegeben ist, und wie solche in anderer Form bei allen Verfahrungsweisen wiederkehren muss, bei welchen Eintritt und Austritt der Strahlen in zwei von einander unabhängigen Richtungen erfolgen. — Hier wo die Construction des Apparates beide Richtungen absolut identisch macht, ist mit der Einstellung des Spectrums die der Minimalablenkung durchgehender Strahlen entsprechende Bedingung, nämlich die Gleichheit des Incidenzwinkels beim Eintritt und Austritt, für die jeweilig eingestellte Farbe eo ipso erfüllt.

8. Der Einfluss der Beobachtungsfehler auf die Resultate der Messung.

Zum Schluss bleibt noch der Einfluss zu betrachten, welchen die Fehler der einzelnen Messungsdata vermöge ihrer mathematischen Verknüpfung auf das schliessliche Resultat ausüben. Untersucht man darauf hin zunächst die Bestimmung des Brechungsexponenten, so folgt aus der Regel für dessen Berechnung

$$n = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$$

sogleich der Ausdruck für die Aenderung dn seines Werthes durch beliebige (kleine) Abweichungen $d\alpha$ und $d\beta$ in den Werthen der Winkel α und β; nämlich

$$dn = \frac{\cos\beta}{\sin\alpha}\cdot d\beta - \frac{\sin\beta\,.\,\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot d\alpha$$
$$= n\,(\operatorname{cotg}\beta\,.\,d\beta - \operatorname{cotg}\alpha\,.\,d\alpha).$$

Dieser Formel zufolge gewinnen die möglichen Fehler beider Winkel, welche durch $d\alpha$ und $d\beta$ repräsentirt sind, ungleiches Gewicht gegenüber dem zu bestimmenden Werthe. Denn $\operatorname{cotg}\beta$ ist nothwendig immer kleiner als $\operatorname{cotg}\alpha$, und nähert sich mit wachsender Schiefe der Incidenz der Grenze Null, während der Verminderung von $\operatorname{cotg}\alpha$ dadurch eine untere Grenze gesetzt ist, dass α jedenfalls kleiner als der Grenzwinkel der Totalreflexion für das betreffende Material bleiben muss. — Man sieht also auf der einen Seite, dass die Bedingungen für die Genauigkeit des Resultates unter sonst gleichen Umständen immer günstiger werden, je näher der brechende Winkel des Prismas dem möglichen Maximum gebracht wird; andererseits aber, dass unter allen Umständen und namentlich mit der Annäherung an diese Grenze, die auf die Messungen verwandte Sorgfallt (z. B. wiederholte Messung oder Repetition) beim Winkel α dem Resultate mehr als beim Winkel β zu Gute kommen wird.

Was ferner die Bestimmung der Dispersion nach dem oben erörterten Verfahren betrifft, so gibt die auf Seite 33 aufgestellte Gleichung für ihre Berechnung aus dem Werthe von $\Delta\beta$ für zwei beliebige Farben, die Aenderuug des Δn durch kleine Abweichungen der Messungsdata

$$d(\Delta n) = \frac{\cos[\beta]}{\sin\alpha}\cdot d(\Delta\beta)$$

wenn man die übrigen Glieder, die wegen der Kleinheit von $\Delta\beta$ von zweiter Ordnung sind, vernachlässigt.

Dieser Ausdruck lässt erkennen, dass ein Fehler in der Be-

stimmung der Winkeldifferenz $\Delta\beta$ auf den Werth von Δn ganz in der nämlichen Art einwirkt, wie bei der Ermittelung des Brechungsexponenten ein Fehler in β auf dessen Werth. Zugleich aber ist ersichtlich, dass etwaige Fehler in α und im absoluten Werthe von β oder $[\beta]$ auf den Werth der Dispersion keinen merklichen Einfluss gewinnen — es sei denn, dass ihre Grösse dem Betrag von $(\Delta\beta)$ selbst nahe kommen sollte. In Anbetracht des geringen praktischen Interesses, welches eine allgemein durchgeführte theoretische Discussion der fraglichen Beziehungen haben würde, mag die quantitative Bestimmung des Fehlereinflusses an specielle numerische Annahmen, wie sie den gewöhnlichen Vorkommnissen entsprechen, geknüpft werden. — Wird z. B. ein Crownglasprisma von 30° vorausgesetzt, so ergiebt sich, den Werth von n zu 1,5 angenommen,

$$dn = 1.32\, d\beta - 2.60\, d\alpha$$
$$d(\Delta n) = 1.32\, d(\Delta\beta)$$

Für schweres Flintglas von 1,7 mittlerem Brechungsindex und dem nämlichen Winkel würde dagegen werden

$$dn = 1.05\, d\beta - 2.95\, d\alpha$$
$$d(\Delta n) = 1.05\, d(\Delta\beta)$$

Würde aber bei beiden Materialien der Winkel α dem Grenzwinkel der Totalreflexion soweit nahe gebracht, dass der mittlere Einfallswinkel $[\beta]$ etwa 75° erreicht — was indess nur bei sehr vollkommener Form der Prismenflächen zulässig ist — so geben die Formeln für das Crownglas ($\alpha = 40°\ 5'$)

$$dn = 0.40\, d\beta - 1.75\, d\alpha$$
$$d(\Delta n) = 0.40\, d(\Delta\beta)$$

und für das Flintglas ($\alpha = 34°\ 40'$)

$$dn = 0.45\, d\beta - 2.45\, d\alpha$$
$$d(\Delta n) = 0.45 \,.\, d(\Delta\beta)$$

Nimmt man nun z. B. an, dass der mögliche Fehler bei der Messung der Winkel α und β — abgesehen von groben Versehen — je eine Minute erreichen könne, so wird im ungünstigsten Falle, wenn nämlich Abweichungen entgegengesetzten Sinnes zusammentreffen, der Fehler in n im ersten Falle bei beiden Glasarten ca. 0,0012, im zweiten Falle beim Crown ca. 0,0006, beim Flint 0,0009 betragen.

Aus diesen Beispielen ist ersichtlich, dass bei der angenommenen Genauigkeit der Winkelmessungen die einmalige Beobachtung, auch im Fall des kleineren Winkels für α, den Werth von n schon bis auf ungefähr eine Einheit der 3. Decimalstelle sicher ergeben

muss, und dass ein paar Wiederholungen der Messung, zumal des Winkels α, die mögliche Unsicherheit gewiss auf die Hälfte der 3. Decimale reduciren werden; während die Anwendung eines feiner getheilten Kreises, der eine Genauigkeit bis auf ca. 15″ gibt — wie in dem oben speciell beschriebenen Instrumente — unter Benutzung der Repetitionseinrichtung, die Fehlergrenze leicht auf ein paar Einheiten der fünften Decimale einzuschränken erlauben wird. Schon die unter der ersten Annahme erhaltenen Resultate geben eine für die gewöhnlichen Bedürfnisse — namentlich für fast alle praktischen Anwendungen — mehr als ausreichende Genauigkeit, in Anbetracht dessen, dass sie den alle optischen Wirkungen bestimmenden Werth von $(n-1)$ schon auf ca. $^1/_{500}$ resp. $^1/_{1000}$ des ganzen Betrages sicher stellen. Wollte man aber unter den gleichen Bedingungen auch die Dispersionsbestimmung bewirken, wie es geschieht, wenn die den verschiedenen Farben zugehörigen Werthe des Winkels β einzeln am Theilkreise gemessen werden, so würde die zu erreichende Genauigkeit sehr wenig befriedigen und selbst für die gewöhnlichsten Bedürfnisse der Praxis ganz unzulänglich sein. Denn da der Vortheil des kleineren Factors, mit welchem der Fehler in $(\Delta\beta)$ sich multiplicrt, zum grösseren Theil wieder dadurch ausgeglichen wird, dass die mögliche Unsicherheit in den Winkel d i f f e r e n z e n doppelt so gross wird wie die in den absoluten Winkeln, so würden die Werthe der Dispersion eine nur wenig engere Fehlergrenze besitzen wie die Brechungsexponenten selbst. Bei der Kleinheit der Farbenzerstreuung in den meisten Substanzen würde aber ein Fehler von 0,001 und selbst von der Hälfte dieses Betrages einen sehr ansehnlichen Theil der ganzen zu messenden Grösse (die z. B. bei gewöhnlichem Crownglas für das Intervall von $C-F$ nur 0,008—0,009 beträgt) ausmachen; und selbst die Anwendung eines ziemlich fein getheilten Kreises und mehrmalige Repetition der Winkel wird nur mühsam diejenige r e l a t i v e Genauigkeit in der Bestimmung von Δn erreichen lassen, welche für den Werth von $(n-1)$ mit viel einfacheren Hilfsmitteln und ohne alle Umstände erlangt wird.

Die vorstehenden Bemerkungen zeigen, welchen Vortheil eine selbständige mikrometrische Messung der Winkeldifferenzen darbietet, indem sie die Nöthigung beseitigt, allein der Ermittelung der Dispersion wegen die Bestimmung des Brechungsexponenten, und zwar für mehrere Farben, in einer Schärfe auszuführen, welche fast für alle praktischen wie wissenschaftlichen Anwendungen voll-

kommen nutzlos bleibt. — In den vorhin gebrachten Beispielen berechnet sich, wenn man den möglichen Fehler einer einzelnen Mikrometermessung auch auf 5″ (d. i. ca. 0,000025 in Bogenmass) annehmen will, die grösste zu befürchtende Abweichung im Werthe des Δn bei Prismen von 30° auf 0,00002 bis 0,00003. In Anbetracht der geringen Mühe aber, welche selbst eine öftere Wiederholung der Mikrometermessungen macht, wird auch unter viel ungünstigeren Verhältnissen die Ermittelung der Dispersionswerthe auf dem bezeichneten Wege leicht in einer viel weiter gehenden Genauigkeit ausgeführt werden können.

Nach der Meinung des Verfassers darf nun als das Ergebniss dieser Discussion, das im Einzeln Erörterte zusammenfassend, hingestellt werden: erstens, dass die beschriebenen Einrichtungen und die angegebenen Verfahrungsweisen zur Bestimmung der Constanten für Brechung und Dispersion allen für den subtileren wissenschaftlichen Gebrauch zu stellenden Anforderungen Genüge leisten, wenn der Apparat in den Dimensionen ausgeführt wird, wie sie bei Instrumenten für jene Zwecke gewöhnlich sind, d. h. mit Theilkreis von 15 — 20 Cm. Durchmesser, Fernrohr von etwa 25 Cm. Brennweite, Repetitionseinrichtung u. s. w; zweitens aber, dass den gewöhnlichen Bedürfnissen, namentlich der praktischen Optik schon hinreichend entsprochen werden kann durch ein nach denselben Grundsätzen construirtes Instrument von viel kleineren Dimensionen, ohne Repetitionseinrichtung, dessen Theilkreis nur ganze Minuten ablesen und dessen Mikrometerapparat die Winkeldifferenzen auf 8—10 Bogensecunden genau messen lässt.

Die Bestimmung der dioptrischen Constanten flüssiger Körper mittelst der Totalreflexion.

9. Das Princip der Methode.

Nach dem Grundgesetz der Brechung erfolgt an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit den Brechungsexponenten n und ν totale Reflexion, sobald der Einfallswinkel eines Strahles gegen diese Grenzfläche im stärker brechenden Medium ν gleich wird dem durch die Relation

$$\frac{n}{\nu} = \sin \gamma$$

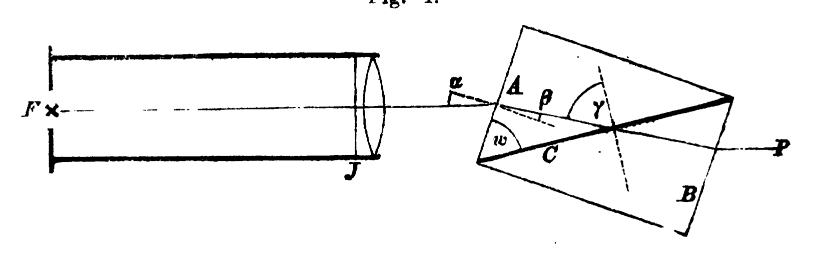
bestimmten Winkel. Auf Grund dieser Gleichung wird daher der Brechungsexponent des einen Mediums, z. B. n, zu ermitteln sein, wenn derjenige des anderen, ν, bekannt ist und der Winkel γ, bei welchem zuerst totale Reflexion eintritt, beobachtet wird.

Diese Beobachtung kann auf zweierlei Art ausgeführt werden. Man kann die betreffende Stellung der Trennungsfläche entweder dadurch aufsuchen, dass man den Eintritt der maximalen Intensität des reflectirten Strahls oder dadurch, dass man die minimale Intensität, d. h. das vollständige Verschwinden, des durchgehenden Strahls beobachtet. Das erstere Verfahren ist schon vor langer Zeit von Wollaston u. A. zur Untersuchung flüssiger oder wenigstens schmelzbarer Körper angewandt worden. Es leidet an dem Nachtheil, dass die Erkennung der gesuchten Lage auf das unsichere Urtheil über den Eintritt eines Maximums der Helligkeit basirt wird und desshalb nur geringer Schärfe fähig ist — wie die mangelhafte Uebereinstimmung der auf diesem Wege erlangten Resulate bekundet. Aber auch wenn dies nicht der Fall wäre, würde der leichten Ausführung solcher Beobachtungen doch immer der Umstand hinderlich sein, dass der zu beobachtende Strahl fortwährendem Richtungswechsel unterworfen ist.

Viel günstiger stehen die Bedingungen beim zweiten Verfahren. — Das Verschwinden des durchgehenden Strahles lässt viel schärfere Beobachtung zu, weil gegenüber dem Zustande vollkommenen Lichtmangels auch kleine Lichtmengen leicht wahrgenommen werden. Vor allen Dingen aber bietet es die Möglichkeit sehr viel einfacherer Ausführung, weil der durchgehende Strahl in ganz constanter Richtung erhalten werden kann. — Man braucht zu dem Zweck nur das zu untersuchende Medium als dünne Schicht zwischen stärker brechenden Körpern so einzuschliessen, dass das Ganze eine planparallele Platte darstellt, die in allen Stellungen das einfallende Licht ohne Ablenkung austreten lässt.

Sei, um diese Beobachtungsweise näher zu entwickeln, in Fig. 4 J ein Fernrohrobjectiv, in dessen Brennpunkt F eine kurze zur

Fig. 4.



Ebene der Zeichnung senkrecht zu denkende leuchtende Linie (ein von hinten beleuchteter Spalt) angebracht ist. *A* und *B* seien zwei rechtwinkelige Glasprismen von gleicher Grösse und gleichen Winkeln, mit den Hypotenusenflächen so an einander gelegt, dass sie zusammen eine dicke planparallele Platte bilden, die vor dem Objectiv *J* um eine zur Ebene der Zeichnung senkrecht stehende Axe stetig gedreht werden kann. Die zu untersuchende (flüssige oder leicht schmelzbare) Substanz, deren Brechungsindex kleiner als derjenige der Glasprismen vorausgesetzt wird, sei als sehr dünne Schicht zwischen den beiden Prismen eingeschlossen.

Kennt man ein für alle mal den Brechungsindex des Glasprisma's *A* für jede Farbe und den Winkel *w* an der dem Objectiv zugewandten Kathetenfläche und hat man ferner die Mittel, bei jeder Stellung der Platte den Winkel zwischen der Axe des Collimators *FJ* und der Normalen der Fläche *A* zu beobachten, so kann darauf hin offenbar berechnet werden, unter welchem Winkel im Innern des Glases die Trennungsfläche von demjenigen parallelstrahligen Strahlenbüschel, welcher in der Richtung der Axe aus dem Collimator austritt, bei je einer Stellung getroffen wird. So lange dieser Winkel für alle Farben noch unter dem Grenzwinkel der totalen Reflexion liegt, treten die Strahlen ungehindert durch die Zwischenschicht hindurch und aus der Fläche *B* mit etwas verminderter Intensität parallel der Axe des Rohrs wieder aus; und da für die zur Ebene des Hauptschnittes wenig geneigten Strahlenbüschel, die von den übrigen Punkten des Spaltes neben der Axe herrühren, offenbar dieselben Bedingungen gelten, so wird von *P* aus der Spalt, in unendlicher Entfernung stehend, gerade so sichtbar sein, wie wenn die flüssige Schicht nicht vorhanden wäre. Sobald aber durch Drehung des Doppelprismas im Sinne wachsenden Einfallswinkels γ für irgend eine bestimmte Farbe nach Maassgabe des Brechungsindex der flüssigen Schicht der Grenzwinkel erreicht ist, wird letztere für Strahlen dieser Farbe vollkommen undurchsichtig. Leuchtet die Lichtquelle nun blos mit solchen, so muss demnach in diesen Moment das Bild des Spaltes, von *P* aus gesehen, verschwinden. Leuchtet sie dagegen mit weissem Licht, so wird — im Allgemeinen — bei normaler Dispersion der Flüssigkeit entweder für alle Farben, die stärker oder für alle die schwächer brechbar sind als jene bestimmte Farbe, die Grenze schon überschritten, für die andern aber noch nicht erreicht sein. Es ist demnach die Platte in diesem Falle für den einen Theil des Spectrums durchsichtig, für den

andern undurchsichtig und der vorher weisse Spalt erscheint jetzt gefärbt, — und zwar im letzten Stadium vor dem völligen Verschwinden entweder dunkelroth oder violett[1]).

Handelt es sich nun darum, diejenige Stellung des Prismenpaares zu finden, für welche eine bestimmte Farbe im durchfallenden Licht gerade ausgelöscht wird, so bedarf es blos noch eines Hilfsmittels, um, wenn das Bild des Spaltes bei fortgesetzter Drehung sich zu färben beginnt, zu erkennen, welche Farben in ihm noch vorhanden, welche schon verschwunden sind. Dazu führt aber die Ausbreitung dieses Spaltbildes in ein Spectrum durch ein vor das beobachtende Auge gehaltenes Prisma. Durch ein solches gesehen wird der Spalt, so lange noch alle Strahlen die Flüssigkeitsschicht durchdringen können, ein vollständiges Spectrum ergeben; sobald aber die Stellung beginnender Totalreflexion erreicht ist, wird bei fortgesetzter Drehung ein immer grösserer Theil dieses Spectrums, entweder vom rothen oder vom blauen Ende her, ausgelöscht werden. Man wird also die Data zur Bestimmung des Grenzwinkels γ für irgend eine bestimmte Farbe erhalten, indem man diejenige Stellung des Prismenpaares aufsucht, bei welcher die Auslöschung gerade bis zu dieser Farbe fortgeschritten ist. (Erste Methode).

Die Ermittelung des Brechungscoefficienten n der Flüssigkeit kann nun leicht geschehen. Ist α der Winkel, welchen bei der gefundenen Stellung die Collimatoraxe mit der Normalen zur Fläche A bildet (positiv gerechnet, im Sinne zunehmender Neigung der Trennungsfläche gegen die Collimatoraxe) so ergibt sich zunächst der Winkel β aus dem als bekannt angenommenen Brechungsindex ν des Prismas A für die betreffende Farbe nach der Formel

$$1) \quad \sin\beta = \frac{1}{\nu} \cdot \sin\alpha .$$

Der Grenzwinkel der Totalreflexion folgt darauf hin:

$$2) \quad \ldots \gamma = \beta + w$$

und demnach der gesuchte Brechungsindex n der Flüssigkeit für die betreffende Farbe

$$3) \quad \ldots n = \nu \sin\gamma .$$

---

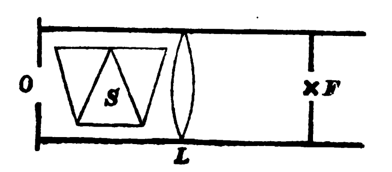
1) Mit den einfachsten Mitteln ausgeführt — mit einer entfernt stehenden Lichtflamme, einem Paar in freier Hand gehaltener rechtwinkeliger Crownglasprismen und einem Tropfen Wasser als Zwischenschicht — ist das Experiment ein ganz instructiver Vorlesungsversuch.

Die hier im Princip festgestellte Beobachtungsweise lässt eine wesentliche Modification zu, welche der Vereinfachung des erforderlichen Apparates sehr zu Statten kommt. Sie gründet sich auf folgende Ueberlegung:

Wenn bei einer bestimmten Stellung des Prismenpaares die Totalreflexion eben beginnt für diejenigen Strahlen einer bestimmten Farbe, welche vom Punkte *F* ausgehend, der Axe parallel aus dem Objectiv austreten, so muss dasselbe auch gelten für solche Strahlen, welche in entgegengesetzter Richtung die Prismen passiren, parallel zur Axe in das Objectiv eintreten und von diesem im Brennpunkt *F* vereinigt werden. Wegen des Fortbestehens derselben geometrischen Bedingungen für alle zur Ebene des Hauptschnittes wenig geneigten Strahlensysteme gilt das nämliche aber auch für solche parallelstrahlige Büschel, welche vom Objectiv in den ausser der Axe liegenden Punkten des Spaltes vereinigt werden. Da nun zu keinem Punkt des Spaltes durch das Objectiv hindurch andere Strahlen gelangen können, ausser solchen, welche vor dem Objectiv in den genannten parallelstrahligen Büscheln verlaufen, so folgt, dass in der vorausgesetzten Stellung überhaupt keine Strahlen der betreffenden Farbe die Prismen in solcher Richtung passiren können, dass sie durch das Objectiv zu dem in seiner Focalebene befindlichen Spalt gelangten.

Steht daher vor den Prismen eine beliebig ausgedehnte Lichtquelle, welche in den verschiedensten Richtungen durch jene hindurch Strahlen in das Objectiv *J* sendet, so dass, so lange die Trennungsfläche *C* vollkommen durchgänglich ist, der Spalt und die ganze Focalebene bei *F* Licht empfängt, so wird der Spalt für ein hinter *F* stehendes Auge in dem Augenblick dunkel werden, in welchem die der Axe des Collimators parallel verlaufenden Strahlen an der Flüssigkeitsschicht total reflectirt werden. Da aber die vorher betrachteten Verschiedenheiten im Verhalten der verschiedenen Farben hier in der nämlichen Form wiederkehren, so muss, wenn die vor *P* aufgestellte Lichtquelle weisses Licht liefert, die beginnende Totalreflexion zuerst partielle Verdunkelung, d. h. Färbung, des vorher weiss erscheinenden Spaltes herbeiführen. Man wird demnach auch bei dieser Beobachtungsweise den Eintritt der totalen Reflexion für die einzelnen Farben erkennen, indem man hinter *F* zunächst ein zerstreuendes Prisma einschaltet — etwa ein

Fig. 5.

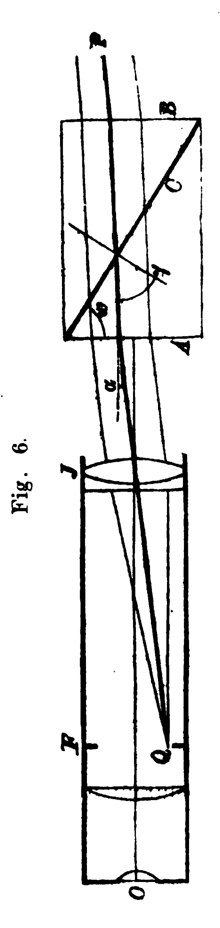


solches à vision directe, in Verbindung mit einer schwachen Lupe, wie Fig. 5 zeigt — und durch dieses hindurch den in ein Spectrum verwandelten Spalt betrachtet. (Zweite Methode.)

Das hier benutzte Princip der Umkehrung des Strahlenganges macht indess noch eine andere Art der Beobachtung des in Rede stehenden Phänomens möglich. — Man denke zunächst vor dem Prismenpaar eine gleichförmig helle monochromatische Lichtquelle (etwa eine Natronflamme) angebracht und diejenige Stellung der Flüssigkeitsschicht herbeigeführt, bei welcher der Spalt in *F* eben keine Strahlen mehr empfängt. Dann wird die ganze in Fig. 4 unterhalb der Axe liegende Hälfte der Focalebene gleichfalls vollkommen verdunkelt sein. Denn zu keinem Punkte dieser untern Hälfte können durch das Objectiv *J* hindurch andere Strahlen gelangen als solche, die vor demselben als parallelstrahlige zur Axe nach oben geneigte Büschel verlaufen. Solche aber bilden mit der Trennungsfläche *C* offenbar grössere Winkel als die der Axe parallel verlaufenden, können also die Grenzfläche zwischen Glas und Flüssigkeit keinesfalls passirt haben. Umgekehrt aber muss, wenn sonst die Lichtquelle hinreichend ausgedehnt ist, die ganze in der Figur oberhalb *F* liegende Hälfte der Focalebene gleichförmig erhellt sein, weil in deren Punkten diejenigen Strahlen durch das Objectiv gesammelt werden, welche vor demselben nach unten hin gegen die Axe geneigt verlaufen, an der Trennungsfläche also sämmtlich geringere Incidenzwinkel ergeben. — Denkt man nun die Focalebene des Objectivs in der Umgebung der Axe vollkommen frei gelegt und durch ein dahinter angebrachtes gewöhnliches Ocular beobachtet, so muss demnach das Sehfeld des so entstehenden Fernrohrs eine helle und eine dunkle Hälfte darbieten, welche sich in einer durch die Axe gehenden und der brechenden Kante des Prisma's *A* parallelen Linie gegen einander abgrenzen. Die Markirung der Axe durch ein gewöhnliches Fadenkreuz wird es möglich machen, das Zusammenfallen der Schattengrenze mit der Axe genau zu beobachten und also auch auf diese neue Weise diejenige Stellung der Trennungsfläche wieder zu erkennen, in welcher die der Axe parallelen Strahlen der Totalreflexion eben unterliegen. (Drittes Verfahren.)

Man kann endlich von hier aus noch einen Schritt weiter gehen. Statt die Totalreflexion durch Drehung des Prismenpaares für die Axe des Rohres herzustellen, kann man das Prismenpaar in unveränderter Lage halten und dafür diejenige Stelle der Focalebene aufsuchen, deren correspondirende parallelstrahlige Strahlen-

gruppe der Auslöschung zuerst unterliegt. Nach der bekannten Wirkungsart der Sammellinsen wird in jedem Punkt Q der Focalebene F (Fig. 6) ein vor dem Objectiv parallelstrahliges Büschel gesammelt, dessen Richtung gegen die Axe um so stärker geneigt ist, je weiter der betrachtete Punkt der Focalebene von der Axe abliegt. Nach Maassgabe des Brechungsindex der flüssigen Schicht wird die Totalreflexion für eine Strahlengruppe von bestimmter Neigung beginnen und dann alle Strahlen auslöschen, welche zur Axe (im Sinne wachsender Grösse des Winkels γ) stärker geneigt sind. Ist der Vereinigungspunkt der betreffenden Strahlengruppe der Punkt Q in der Focalebene, so wird letztere von dieser Stelle an nach der einen Seite hin vollkommen verdunkelt, nach der andern hin erleuchtet sein. Beobachtet man nun unter Benutzung eines passenden Oculars die Lage der Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel an einer in der Focalebene angebrachten mikrometrischen Scala, so giebt der gefundene Abstand von der Axe bei bekannter Brennweite des Objectivs die vollständige Bestimmung des Winkels, den das der Grenze entsprechende parallelstrahlige Büschel vor dem Objectiv mit der Axe des Fernrohrs bildet und darauf hin, wenn die constante Lage der Vorderfläche des Prisma's A gegen die Axe gegeben ist, den Winkel γ, mit dessen Hilfe, der gesuchte Brechungsindex der Flüssigkeit nach der auf Seite 44 ausgeführten Rechnung erhalten wird. (Viertes Verfahren.)


Fig. 6.

Wollte man die beiden zuletzt entwickelten Verfahrungsweisen ohne Weiteres mit weissem Licht in Anwendung bringen, so würde der Umstand hindernd in den Weg treten, dass die Totalreflexion im Allgemeinen nicht für alle Farben bei derselben Stellung der Trennungsfläche oder mit demselben Neigungswinkel der Strahlen gegen die Fernrohraxe beginnt. Nur bei ganz bestimmten Verhältnissen zwischen der Farbenzerstreuung des Glasprismas A und derjenigen der Flüssigkeit könnten alle Srahlen ein und desselben parallelstrahligen Büschels gleichzeitig ausgelöscht werden und

nur in diesem Falle würde in der Focalebene des Objectivs wieder eine scharfe Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel sich herstellen. Im Allgemeinen aber wird die flüssige Schicht für die violetten Strahlen einer bestimmten Richtung schon undurchsichtig sein, während sie für die rothen derselben Richtung noch durchgänglich ist — oder umgekehrt; und es wird demnach die Grenze zwischen dem hellen und dem dunklen Theile des Sehfeldes im ersten Falle als ein rother, im andern Falle als ein blauer Saum von grösserer oder geringerer Breite erscheinen. — Wie dieser Umstand nicht nur für die Anwendung der beiden letzten Methoden zu genauen Beobachtungen unschädlich gemacht sondern sogar als Hilfsmittel der Dispersionsbestimmung vortheilhaft verwerthet werden kann, wird im Folgenden noch erörtert werden.

10. Die Bestimmung der Farbenzerstreuung.

Um näher festzustellen, in welcher Weise die Dispersion bei den vorher betrachteten Phänomenen zur Geltung kommt und wie sich an ihnen die Data zur quantitativen Bestimmung derselben gewinnen lassen, ist zunächst zu untersuchen, wie der Incidenzwinkel α der totalreflectirten Strahlen an der vordersten Fläche des Doppelprisma's mit der Veränderung des Brechungsindex variirt.

Seien die Brechungsexponenten des Glasprisma's und der Flüssigkeit für eine Farbe ν und n, für eine andere Farbe $\nu + \delta\nu$ und $n + \delta n$, wobei $\delta\nu$ und δn, die Maasse der Dispersion für das betreffende Farbenintervall, als so klein vorausgesetzt werden können, dass ihre höheren Potenzen ausser Acht bleiben dürfen. — Dann folgt aus der Gleichung des Grenzwinkels

$$\sin\gamma = \frac{n}{\nu}$$

für die Aenderung des Grenzwinkels γ der Totalreflexion beim Uebergang von der ersten zur zweiten Farbe:

$$1)\quad \cos\gamma\,\delta\gamma = \frac{\delta n}{\nu} - \frac{n}{\nu^2}\cdot\delta\nu = \sin\gamma\left(\frac{\delta n}{n} - \frac{\delta\nu}{\nu}\right)$$

Da nun der Winkel β, unter welchem der total reflectirte Strahl im Innern des Glases zur Fläche A gelangt stets $= \gamma - w$ ist, so bleibt

$$2)\quad \delta\beta = \delta\gamma = tg\,\gamma\left(\frac{\delta n}{n} - \frac{\delta\nu}{\nu}\right)$$

Endlich aber ergibt die Gleichung

$$\sin\alpha = \nu\,.\sin\beta$$

die Veränderung $\delta\alpha$ des Incidenzwinckels desselben Strahles an der äussern Seite der Fläche A

$$3)\quad \cos\alpha \,.\, \delta\alpha = \nu \,.\, \cos\beta\, d\beta + \sin\beta \,.\, \delta\nu,$$

woraus unter Berücksichtigung der vorausgehenden Bestimmungen nach einigen nahe liegenden Abkürzungen schliesslich folgt

$$4)\quad \delta\alpha = \frac{\cos\beta \,.\, \delta n - \sin w \,.\, \delta\nu}{\cos\alpha \,.\, \cos\gamma}$$

Diese Gleichung liefert im Hinblick auf die zwei ersten Methoden unmittelbar die in Bogenmaass ausgedrückte Drehung, welche das Prismenpaar erfahren muss, wenn die Strahlen beider Farben in ein und derselben Austrittsrichtung, nämlich in der Axe des Collimators, der totalen Reflexion nach einander unterliegen sollen. Es ergiebt sich aus ihr im Besondern, dass gleichzeitige Totalreflexion dann eintritt, wenn

$$\frac{\delta n}{\delta\nu} = \frac{\sin w}{\cos\beta},$$

in welchem Falle daher, bei den zwei ersten Methoden, das Spectrum des Spaltes momentan verschwindet, bei den zwei andern die Grenzlinie farblos bleibt — beides in soweit das Verhältniss der Dispersionen für andere Theile des Spectrums nicht merklich abweicht von demjenigen, welches für das der Berechnung zu Grunde gelegte Intervall besteht. — In welchem Verhältniss die Dispersion der Flüssigkeit zu der des Glasprisma's stehen muss, damit die Totalreflexion in solcher Weise achromatisch sei, hängt hiernach übrigens vom absoluten Brechungsindex ab, da der Werth von $\cos\beta$ ausser durch w und ν, auch durch die Grösse von n bedingt ist. Aus der Gleichung 4) folgt

$$5)\quad \delta n = \frac{\cos\alpha \,.\, \cos\gamma}{\cos\beta} \cdot \delta\alpha + \frac{\sin w}{\cos\beta} \cdot \delta\nu;$$

wonach denn aus der beobachteten Drehung $\delta\alpha$, welche die Auslöschung von einer Stelle des Spectrums zur andern führt, die Dispersion der Flüssigkeit zu berechnen ist, wenn die auf das Glasprisma bezüglichen Daten w, ν und $\delta\nu$ bekannt sind und ausserdem für die zum Ausgangspunkt gewählte Farbe der Winkel α (aus welchem sich β und γ dann ableiten) gemessen ist.

Die hier mit $\delta\alpha$ bezeichnete Grösse gibt aber zugleich die Richtungsdifferenz an, welche nach Maassgabe der Werthe von δn, $\delta\nu$, n, ν und w die Strahlen zweier bestimmten Farben ausserhalb der Fläche A besitzen müssen, wenn sie gleichzeitig, d. h. bei derselben Stellung der Prismen, der totalen Reflexion unterliegen sollen; und diese Bemerkuug führt noch auf einen

zweiten Weg zur experimentellen Bestimmung der Dispersion, der namentlich der letzten beiden Methoden wegen ein Interesse gewinnt, weil er zugleich das Mittel ergiebt, die Totalreflexion auch bei vielfarbigem Licht achromatisch zu erhalten.

Man betrachte zunächst wieder ein Büschel der Axe paralleler Strahlen, welche von einem im Punkte F — Fig. 4 auf Seite 42 — befindlichen leuchtenden Spalt ausgehend, aus dem Objectiv J austreten und nehme an, dass unter ihnen die zwei Farben, für welche die Dispersion in Frage ist, vertreten seien. Denkt man nun die Strahlen der einen Farbe, auf welche sich die Werthe n und ν beziehen, nach wie vor in der Richtung der Axe die Fläche A treffend, die der andern Farbe aber, für welche $n + \delta n$ und $\nu + \delta \nu$ gelten, auf ihrem Wege zwischen dem Objectiv und dem Prisma auf irgend eine Weise gerade um den durch Gleichung 4) bestimmten Betrag $\delta \alpha$ in der Ebene des Hauptschnittes abgelenkt, so wird jetzt die Totalreflexion für beide Farben gleichzeitig, d. h. bei der nämlichen Stellung der Prismen, erfolgen; und wenn die Strahlen der übrigen Farben, mit denen der Spalt leuchtet, ähnliche Ablenkungen erfahren, proportional den ihnen entsprechenden Werthen von δn und $\delta \nu$, so wird jetzt das Bild des Spaltes, von P aus angesehen, momentan verschwinden müssen.

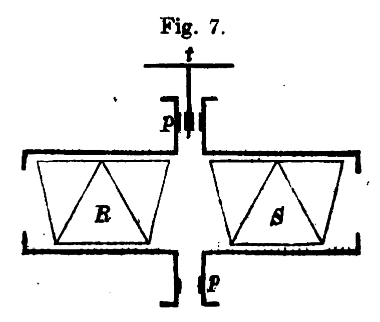
Auch diesem Verhalten gegenüber lässt sich die Umkehrbarkeit des Strahlenganges geltend machen. Wenn alle von einem Punkt der Focalebene ausgehenden Strahlen verschiedener Farbe gleichzeitige Totalreflexion erfahren, dann — und auch nur dann — geschieht das Gleiche mit allen Strahlen, welche, in der entgegengesetzten Richtung verlaufend, in jenem Punkte der Focalebene zusammentreffen. Die eben betrachtete Ablenkung der einzelnen Farbstrahlen zwischen Objectiv und Prismen vorausgesetzt, wird demnach bei dem Versuch nach der dritten und vierten Methode die Auslöschungsgrenze im Ocularfeld auch mit weissem Licht achromatisch bleiben; und umgekehrt wird der Eintritt einer farblosen Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel das Kriterium dafür sein, dass verschiedenfarbige Strahlen zwischen Prisma und Objectiv solche der Gleichung 4) conforme Richtungsänderungen erlitten haben.

Es hat nun keine Schwierigkeiten, das hier Vorausgesetzte experimentell in aller Vollkommenheit zu verwirklichen. Richtungsdifferenzen zwischen den farbigen Bestandtheilen eines parallelstrahligen Büschels, und zwar solche, welche den Abstufungen

des Brechungsexponenten proportional gehen, liefert die Dispersion jedes beliebigen Prisma's. Der daneben gestellten Bedingung, dass der Strahl einer bestimmten Farbe dabei ohne Ablenkung bleibe, genügt ein zusammengesetztes geradsichtiges Prisma von der Art, wie solche für spectroskopische Zwecke vielfach im Gebrauch sind. Das dritte Verlangen aber, dass die Grösse der einzuführenden Zerstreuung willkürlich regulirt und für jede Flüssigkeit den durch Gleichung 4) bestimmten Winkelunterschieden der total reflectirten Strahlen angepasst werden könne, ist leicht zu erfüllen durch eine Combination von zwei solchen geradsichtigen Prismen, die, hintereinander angebracht, um eine gemeinsame Axe nach entgegengesetzten Richtungen drehbar sind.

Es seien — um dies weiter zu erläutern — in Fig. 7 *R* und *S* zwei genau gleiche Amici'sche Prismen, in hintereinander liegende cylindrische Hülsen eingesetzt und mit diesen um deren gemeinsame Axe drehbar. Diese Prismen seien so construirt, dass Strahlen einer bestimmten Farbe *D* ohne Ablenkung durch jedes hindurchtreten, Strahlen einer andern Farbe *F* aber in jedem Prisma gegen erstere um einen Winkel *k* in der Richtung des betreffenden Hauptschnittes abgelenkt werden. Durch einen geeigneten Mechanismus[1]) sei die Drehung der Prismen so regulirt, dass von der in der Figur dargestellten Anfangslage aus — bei welcher beide Hauptschnitte parallel und die brechenden Kanten nach derselben Seite gelegen sind — stets gleiche Winkel nach entgegengesetzter Seite durchlaufen werden, so dass also die zwei Hauptschnitte stets symmetrisch zur Anfangsebene geneigt bleiben. Dann werden die Hauptschnitte wiederum zusammenfallen nach einer Drehung um je 90°, 180° u. s. f., mit dem Unterschiede jedoch, dass nach der ersteren Drehung die brechenden Kanten gegeneinander gerichtet sind, nach der zweiten Drehung aber diese brechenden Kanten,

Fig. 7.



1) Es seien z. B., wie Fig. 7 schematisch andeutet, die einander zugekehrten Ränder *p* der beiden Hülsen mit übereinstimmender Verzahnung ausgestattet und zwischen beide Zahnkränze ein Trieb *t* eingefügt, durch welchen die Hülsen stets gleichzeitig und um je gleiche Winkel nach entgegengesetzten Seiten bewegt werden.

wieder gleich gerichtet, gerade entgegengesetzt zur Anfangslage liegen u. s. f.

Es ist durch eine einfache Ueberlegung einzusehen, dass unter den gemachten Voraussetzungen

1) Strahlen der Farbe D diese Prismencombination in jeder Stellung ohne Ablenkung passiren;

2) dass alle übrigen Farben stets nur innerhalb derjenigen Ebene Dispersion erleiden, in welcher die beiden Prismen unter sich gleichgerichtet zusammentreffen und welche oben als Anfangslage angenommen wurde;

3) dass während der Drehung die Grösse und der Sinn der Dispersion innerhalb jener Ebene für irgend zwei Farben so variirt wie die Diagonale eines Parallelogramms, dessen Seiten der Dispersion k der einzelnen Prismen proportional und mit der jeweiligen Richtung der Hauptschnitte übereinstimmend construirt werden.

Demnach verhält sich die beschriebene Prismencombination in allen Stücken wie ein einziges, für die Farbe D geradsichtiges Prisma, mit constantem Hauptschnitt aber variabeler Dispersion innerhalb desselben; und zwar ist für jede Stellung, welche durch eine beiderseits gleiche Drehung um den Winkel z herbeigeführt ist, der Betrag der wirksamen Dispersion für das angenommene Farbenintervall (und für alle andern Intervalle proportional)

$$\varkappa = 2k \,.\, \cos z,$$

wonach also dieser Betrag alle Werthe zwischen $-2k$ und $+2k$ annehmen kann. — Sieht man durch eine derartige Prismencombination nach einer zur Mittelebene der Hauptschnitte senkrecht stehenden Lichtlinie hin, so dehnt sich diese während der Drehung der Prismen in ein immer länger werdendes Spectrum aus, welches sich bei fortgesetzter Drehung wieder zu einem farblosen Bild zusammenzieht, um von da aus in ein wachsendes Spectrum mit entgegengesetzter Farbenfolge überzugehen u. s. f.

Die Verwendung der eben beschriebenen Vorrichtung als Compensator der Farbenzerstreuung für den vorher bezeichneten Zweck bedarf keiner weiteren Erklärungen. Wird er in irgend eine der früher betrachteten Combinationen in solcher Art zwischen Objectiv und Doppelprisma eingeschaltet, dass die Axe der Amici'schen Prismen mit der Axe des Objectivs zusammenfällt und zugleich die constante Mittelebene der drehbaren Prismen mit dem Hauptschnitt des Prisma's A parallel liegt, so muss sich stets

eine Stellung des Compensators finden lassen, bei welcher die von ihm herbeigeführte Dispersion zwischen den zwei Farben *D* und *F* gerade der Richtungsdifferenz gleich ist, welche Gleichung 4) für gleichzeitige Totalreflexion dieser beiden Farben erfordert. Soweit nun die Dispersion des Compensators auch für die übrigen Farben derjenigen des Prisma's *A* und derjenigen der Flüssigkeit proportional geht, d. h. abgesehen von den — meist kleinen — Abweichungen, welche der ungleichförmige Gang der Farbenzerstreuung in verschiedenen Substanzen herbeiführt, werden jetzt alle Strahlen gleichzeitiger Totalreflexion unterliegen, welche in ein und derselben Stelle der Focalebene des Objectivs ihren Sammelpunkt haben.

Durch die so ausführbare Achromatisirung der Totalreflexion wird es einestheils möglich, die beiden letzten Methoden zur Ermittelung des Brechungsexponenten mit weissem Licht genau in derselben Weise in Ausführung zu bringen, wie vorher für einfarbiges Licht beschrieben wurde — nur mit der Einschränkung, dass die Beobachtung allein diejenige Farbe betrifft, für deren Strahlen der Compensator genau geradsichtig ist; anderntheils aber gewährt dieses Verfahren zugleich ein neues Hilfsmittel zur Bestimmung der Farbenzerstreuung. Denn beobachtet man die Drehung z des Compensators, durch welche die Achromatisirung der Totalreflexion herbeigeführt wird, so gibt, wenn die Dispersion k der Amici'schen Prismen für ein bestimmtes Farbenintervall bekannt ist, der Ausdruck

$$\varkappa = 2 . k . \cos z$$

die zur Berechnung der Gleichung 5) erforderliche Winkeldifferenz $\delta\alpha$ für dieses Intervall; und es kann daraufhin die Dispersion δn der untersuchten Flüssigkeit nach der Formel

$$6)\quad \delta n = 2 . k . \frac{\cos\alpha . \cos\gamma . \cos z}{\cos\beta} + \frac{\sin w}{\cos\beta} . \delta\nu$$

direct berechnet werden.

Sollte übrigens die Achromatisirung mit sehr kleiner Dispersion ausführbar sein, so kann der Compensator ohne Nachtheil auch mit einem einzigen geradsichtigen Prisma hergestellt werden. Wenn dessen Hauptschnitt mit demjenigen des Prisma's *A* einen Winkel z bildet, so ist die im letzteren Hauptschnitt wirksame Dispersion

$$\varkappa = k . \cos z$$

Hierbei tritt zwar gleichzeitig eine dem Sinus von z proportionale Dispersion in der Richtung der brechenden Kante von *A*

auf, welche die der Axe parallel verlaufenden farbigen Strahlen seitlich ablenkt; so lange aber k klein ist, diese Ablenkung also für die verschiedenen Farben in engen Grenzen bleibt, entspringt daraus kein merklicher Fehler in denjenigen Bestimmungen, welche zur Ableitung der Werthe von n und δn dienen.

11. Die Genauigkeit der Methode und der Einfluss der Beobachtungsfehler auf die Resultate.

Ehe dazu übergegangen wird, die experimentelle Ausführung der oben schematisch entwickelten Beobachtungsmethoden und die Einrichtung der dazu dienenden Apparate zu beschreiben, sollen zunächst die Chancen, welche diese Methoden für die Erlangung exacter Maassbestimmungen bieten, einer Discussion unterzogen werden, weil deren Ergebnisse, abgesehen von ihrem unmittelbaren Interesse, zugleich die Richtschnur für die zweckmässige Wahl der instrumentellen Hilfsmittel enthalten.

Hierbei bleibt in Betracht zu ziehen, einestheils, welche Grenzen für die Genauigkeit der unmittelbaren Beobachtung durch die Natur der zu beobachtenden Erscheinungen gesetzt sind; anderntheils, welchen Einfluss die unvermeidlichen Beobachtungsfehler vermöge des theoretischen Zusammenhangs unter den sämmtlichen Bestimmungsstücken auf die Resultate gewinnen.

Was zunächst die Bestimmung des absoluten Brechungsexponenten anlangt, so kommt bei allen Verfahrungsweisen der Einfluss derjenigen Grössen, welche das angewandte Glasprisma A characterisiren, in ganz gleicher Weise zur Geltung. — Wie etwaige Fehler bei der Bestimmung dieser Constanten w und ν wirken, ergiebt die folgende Entwickelung, bei welcher die auf Seite 44 eingeführten Zeichen wieder benutzt und ausserdem $d\alpha$, $d\nu$ und dn zur Bezeichnung der angenommenen Fehler verwandt sind.

Aus den Gleichungen 3) und 2) auf Seite 44 folgt zuerst

$$dn = \sin\gamma \, . \, d\nu + \nu \cos\gamma \, . \, (dw + d\beta)$$

Gleichung 1) aber ergiebt

$$\cos\beta \, . \, d\beta = -\frac{1}{\nu^2} \sin\alpha \, . \, d\nu = -\sin\beta \, . \, \frac{d\nu}{\nu}$$

Demnach wird der Ausdruck für den Fehler im Werthe des gesuchten Brechungsindex

$$dn = \left(\frac{n}{\nu} - tg\,\beta \, . \cos\gamma\right) . \, d\nu + \nu \, . \cos\gamma \, . \, dw$$

Kraft des Princips der Methode ist $\frac{n}{\nu}$ stets ein ächter Bruch,



und da, wie das Folgende zeigen wird, bei ihrer Anwendung der Winkel β niemals den Betrag von 12—15° überschreitet, so ist der Coefficient des $d\nu$ auch im ungünstigsten Fall nur wenig grösser als die Einheit. Ein Fehler im Brechungsexponenten des Glasprisma's A zieht also niemals einen andern als einen beiläufig gleich grossen Fehler in dem Brechungsindex der Flüssigkeit nach sich. — Der Werth von γ ferner geht bei Ausführung der in Rede stehenden Beobachtungen niemals unter 45° herab, daher denn selbst bei hohem Werthe des ν der Coefficient von dw in obigem Ausdruck gleichfalls die Einheit nicht merklich überschreiten kann. Ein Fehler im Winkel w tritt also ebenfalls nur mit einem seiner Grösse (im Bogenmaass) nahehin gleichem Betrag in das schliessliche Resultat ein — was für einen Fehler von einer ganzen Minute nur ca. 3 Einheiten der vierten Decimalstelle austragen würde.

In Anbetracht der grossen Sicherheit, mit welcher an einem Glasprisma die Werthe von w und ν bestimmt werden können, dürfen demzufolge die Fehler dieser Constanten für den vorliegenden Zweck als völlig unschädlich angesehen werden. — Ausserdem ist aber noch ausdrücklich hervorzuheben, dass die Beschaffenheit des zweiten Prisma's, welches die flüssige Schicht nach der andern Seite hin begrenzt, für die Messung durchaus ohne Einfluss bleibt. Denn die Ableitung des gesuchten Brechungsindex gründet sich ausschliesslich auf das Verhalten der Strahlen an der dem Objectiv zugewandten Trennungsfläche zwischen Glas und Flüssigkeit; wie das Licht jenseits dieser Fläche verlaufen möge, tangirt weder die Beobachtung der Totalreflexion noch die zu bestimmende Stellung jener Grenzfläche gegen die Fernrohraxe — wofern nur keine Abblendung der nicht reflectirten Strahlen eintritt. Dass beide Prismen zusammen eine planparallele Platte ohne Ablenkung bilden, ist ausschliesslich im Interesse bequemerer Beobachtung, weil andernfalls bei jeder andern Stellung des Prismenpaares entweder die eintretenden oder die austretenden Strahlen eine andere Richtung verfolgen würden. Diesem Zweck ist aber vollständig genügt, wenn der Brechungsindex und der brechende Winkel des zweiten Prisma's den entsprechenden Grössen beim ersten auch nur annähernd gleich sind [1]).

1) Bei demjenigen Verfahren, bei welchem ein Spalt im Brennpunkt des Objectivs durch das Prismenpaar hindurch zu beobachten ist, muss natürlich vorausgesetzt werden, dass das zweite Prisma die Schärfe des Bildes nicht be-

Zweitens steht in Frage, wenn es sich um die Feststellung der Genauigkeitsbedingungen handelt, welchen Einfluss ein Fehler in der Bestimmung des Incidenzwinkels α, d. h. der Stellung des Prisma's A zur Fernrohraxe, gewinnt. Um diesen Einfluss zu beurtheilen, ist der Zusammenhang zwischen dn und $d\alpha$, unter Voraussetzung unveränderlicher Werthe für alle übrigen Bestimmungsstücke, aufzustellen. — Nun ergeben die auf Seite 44 aufgestellten Gleichungen

$$dn = \nu \,.\, \cos\gamma \,.\, d\gamma,$$
$$d\gamma = d\beta,$$
$$\cos\beta\, d\beta = \frac{1}{\nu} \cos\alpha \,.\, d\alpha,$$

woraus folgt

$$dn = \frac{\cos\alpha \,.\, \cos\gamma}{\cos\beta} \cdot d\alpha$$

Da der äussere Incidenzwinkel α nothwendig immer grösser sein muss als derjenige im Innern des Glases, so ist stets

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} < 1$$

und nur im Falle senkrechter Incidenz gleich der Einheit. Setzt man nun, da in der That bei den später zu beschreibenden Apparaten die Incidenz an der ersten Prismenfläche stets mit kleinen Winkeln erfolgt, diesen ersten Theil des oben auftretenden Coefficienten schlechthin gleich Eins, so bleibt das Verhältniss zwischen dn und $d\alpha$ nur noch von $\cos\gamma$ abhängig. Es ist aber

$$\cos\gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{\nu}\right)^2},$$

wonach man dieses Verhältniss für die vorkommenden Fälle leicht berechnen kann. — Gäbe man z. B. dem Glasprisma den sehr hohen Brechungsindex $\nu = 1{,}70$, so würde für den niedrigsten bei Flüssigkeiten vorkommenden Werth von n, 1,33, obiger Ausdruck 0,6 ergeben; unter der Voraussetzung eines Crownglasprisma's ($\nu =$ 1,51) würde aber bei $n = 1{,}33$ nur 0,47 folgen. Der niedrigste Werth von n entspricht aber dem ungünstigsten Fall; liegt die Flüssigkeit dem angewandten Glase näher, so ergeben sich merklich kleinere Zahlen.

Hiernach lässt sich die Empfindlichkeit der Methode ermessen. Sehr kleinen Unterschieden im Brechungsindex entsprechen relativ grosse Unterschiede in der Stellung der Prismen oder im

---

einträchtige. Bei den andern Methoden, wo in der Focalebene des Objectivs beobachtet wird, fällt sogar dieser Anspruch hinweg.

äusseren Incidenzwinkel der Strahlen. In den beiden ungünstigsten Fällen würde, wenn $d\alpha = 1$ Bogenminute, d. h. $= 0{,}0003$ ca. gesetzt wird, die zugehörige Differenz dn in dem einen 18, im andern nur 14 Einheiten der fünften Decimale ausmachen, demnach umgekehrt ein Unterschied gleich der Einheit der dritten Decimale beiläufig $5^1/_2$, bezüglich 7 Bogenminuten Unterschied in dem zu messenden Winkel herbeiführen. Die hinreichend genaue Beobachtung der Einstellungswinkel, sei es an einer Kreistheilung, sei es — wie das vierte Verfahren voraussetzt — an einer mikrometrischen Scala im Sehfeld des Fernrohrs, kann also niemals die geringsten Schwierigkeiten finden. Im Gegentheil werden für die Ausübung der in Rede stehenden Methode sehr viel gröbere Theilungen und viel rohere Einstellungs- und Ablesungsvorrichtungen wie bei der Untersuchung von Prismen, ausreichend sein; was der Herstellung einfacher und handlicher Apparate für jenen Zweck besonders zu Statten kommt.

Das Vorstehende giebt zugleich Gewähr dafür, dass sowohl diejenigen kleinen Richtungsdifferenzen, welche bei den zwei ersten Beobachtungsweisen durch die Breite des erforderlichen Spaltes eingeführt werden, wie auch kleine unregelmässige Ablenkungen, welche die Strahlen erleiden möchten, die Genauigkeit der Messungen nicht beeinträchtigen werden. Solche unregelmässige Ablenkungen treten ein, wenn z. B. das Objectiv nicht vollkommen frei von sphärischer und chromatischer Aberration ist und namentlich, wenn die Beobachtung — sei es mit Spalt oder mit freiem Sehfeld — nicht genau in der Focalebene des Objectivs erfolgt. Beide Fehler bewirken, dass diejenigen Strahlen, die ein und demselben Punkt der Einstellungsebene entsprechen, vor dem Objectiv nicht vollkommen parallel verlaufen und daher kleine Unterschiede im Incidenzwinkel haben. Bei nur einigermaassen richtiger Construction und Orientirung dürfen solche Fehler als vollkommen unschädlich angesehen werden. — Gleiches gilt von denjenigen Abweichungen, zu welchen bei den zwei letztbeschriebenen Verfahrungsweisen die Compensator-Prismen Anlass geben, wenn dieselben nicht beide für die bestimmte Farbe, für welche der absolute Brechungsindex der Flüssigkeiten bestimmt werden soll, ganz genau geradsichtig sind. Selbstverständlich ist diese Anforderung nicht in aller Strenge zu erfüllen. Bei kunstgerechter Anfertigung solcher Amici'scher Prismen lässt sich indess die Ablenkung einer vorgeschriebenen Farbe z. B. des Natronlichtes, in der Richtung des Hauptschnittes mit Sicherheit unter einer Bogenminute halten; und da der Verfertiger

leicht darauf Bedacht nehmen kann, nicht Prismen mit Fehlern gleichen Sinnes zu verbinden, so braucht die im Hauptschnitt wirksame Ablenkung auch für die ganze Combination niemals den Betrag von einer Minute, der hieraus zu befürchtende Fehler im Brechungsindex also auch im ungünstigsten Falle niemals zwei Einheiten der vierten Stelle zu erreichen. — Wichtig ist aber für die Verwendung dieser Vorrichtung, dass der bei der Construction zusammengesetzter Prismen viel schwieriger zu vermeidende Pyramidalfehler, durch welchen Ablenkung in der Richtung der brechenden Kanten entsteht, bei den Beobachtungen vollständig eliminirt werden kann. Denn jede Grösse der Dispersion, die zur Achromatisirung der Totalreflexion erfordert wird, kann mit dem auf Seite 51 beschriebenen Compensator bei zwei Stellungen, denen entgegengesetztes Vorzeichen der Drehung z entspricht, herbeigeführt werden. Man überzeugt sich leicht, dass die in die Richtung der resultirenden Dispersion fallenden Componenten der etwaigen Seiten-Ablenkung bei diesen zwei Stellungen in entgegengesetztem Sinne wirken, daher denn bei der einen Einstellung der Incidenzwinkel der Strahlen an der Fläche A um ebenso viel vergrössert wie er bei der andern verkleinert wird. Beobachtet man also in beiden Stellungen, so ist das Mittel aus den erhaltenen Ablesungen vom Einfluss des Pyramidalfehlers frei.

Drittens endlich ist bei Beurtheilung der in Rede stehenden Methoden maassgebend, welcher Schärfe die Beobachtung der beginnenden Totalreflexion fähig ist. Hierbei kommt einestheils die Möglichkeit constanter Fehler, anderntheils die grössere oder geringere Sicherheit in der Auffassung der zu beobachtenden Erscheinung in Betracht.

Constante Fehler anlangend, so ist bei der Einfachheit und Unanfechtbarkeit der theoretischen Grundlage, auf welcher die Ableitung des Brechungsexponenten aus der Totalreflexion beruht, kaum eine andere Gefahr vorhanden als die, dass bei Ausführung des Experiments gewisse Bedingungen nicht gehörig erfüllt sein könnten, welche das Princip der Methode fordert. Solcher sind aber nur zwei; eine geometrische: dass solche Strahlen, die überhaupt bei der Beobachtung in Betracht kommen, durch kein anderes Hinderniss ausser der totalen Reflexion der Flüssigkeit am freien Durchtritt durch das Doppelprisma verhindert seien; und eine physikalische: dass die optischen Eigenschaften der untersuchten Substanz durch das Einbringen derselben zwischen die Glasprismen keine Veränderung erleiden.

Es ist nicht überflüssig, die in Rede stehenden Combinationen auf beide Punkte hin genauer an zu sehen, weil beide in der That zu Bedenken Anlass geben könnten.

Da die flüssige Schicht zwischen den Prismen doch jedenfalls eine gewisse, wenn auch sehr geringe Dicke haben muss und in ihrer Flächenausdehnung nicht unbegrenzt gross sein kann, die der totalen Reflexion nahen Strahlen in diese Schicht aber mit sehr grossem Incidenzwinkel — beinahe streifend — eintreten, so ist in der That eine Abblendung vor der wirklichen Totalreflexion, durch die Begrenzung der flüssigen Schicht, unvermeidlich; und es bedarf einer besonderen Untersuchung, um den Einfluss dieser Nebenwirkung festzustellen. — Zu diesem Zwecke werde angenommen, dass, während der wirklichen Totalreflexion ein Incidenzwinkel $= 90^0$ innerhalb der Flüssigkeit entspricht, ein Incidenzwinkel von $90^0 - \xi$ den Durchtritt eines Strahles durch die Schicht schon unmöglich mache, indem dabei der betreffende Strahl deren äussere Begrenzung früher als die gegenüberliegende Prismenfläche erreiche. Alsdann ist — unter Beibehaltung der früher gebrauchten Zeichen — der zugehörige Incidenzwinkel desselben Strahls im Glase, dem Brechungsgesetz nach, durch die Gleichung gegeben:

$$\sin\gamma' = \frac{n}{\nu} \cdot \sin(90 - \xi) = \frac{n}{\nu} \cdot \cos\xi$$

Wird nun dieser Strahl für total reflectirt genommen und demnach der Winkel γ' statt des wahren Grenzwinkels γ der Berechnung des Brechungsindex der Flüssigkeit zu Grunde gelegt, so erhält man, wie leicht zu sehen, an Stelle des wahren Werthes n den Werth

$$n' = n\cos\xi$$

oder annähernd

$$n' = n - \frac{1}{2}\, n \,.\, \xi^2;$$

wonach also der einem Abblendungswinkel ξ entsprechende Fehler im Brechungsindex

$$dn = -\frac{1}{2} n\,\xi^2$$

beträgt.

Würde nun für ξ z. B. 1^0 angenommen, also vorausgesetzt, dass die flüssige Schicht undurchgängig sei für alle Strahlen, die stärker als um 89^0 gegen die Normale geneigt in ihr verlaufen, so ergäbe sich eine scheinbare Verminderung des Brechungsexponenten um $0{,}00015 \,.\, n$, was auch bei den grössten für n vorkommenden Wer-

then nur wenig über zwei Einheiten der vierten Stelle austragen würde. — Sollte aber auch die Dicke der Schicht auf 0,1 Mm. steigen, so würde der Abblendungswinkel die angenommene Grösse doch erst dann erreichen können, wenn der von der Einfallsstelle des Strahles bis zum Rand der Schicht frei bleibende Weg weniger als 6 Mm. betrüge. Es ist aus diesem Beispiel zu entnehmen, wie leicht die Gefahr einer schädlichen Abblendung der Strahlen innerhalb des Doppelprisma's beseitigt werden kann.

Auch der zweite Punkt, die Möglichkeit einer Veränderung des Brechungsvermögens einer Substanz durch das Einbringen derselben zwischen Glasprismen, erledigt sich leicht. Denn obwohl es kaum zweifelhaft sein kann, dass die Flüssigkeit in unmittelbarer Nähe an den Glasflächen in ihrer molecularen Beschaffenheit mehr oder minder verändert sein wird, so ist doch a priori weder wahrscheinlich, dass die verändernde Einwirkung der Glasmasse bis zu einem merklichen Abstand von der Berührungsfläche reichen, noch viel weniger aber, dass sie in einer Erniedrigung des Brechungsvermögens der Flüssigkeit sich äussern werde. Der Grenzwinkel der totalen Reflexion bestimmt sich aber offenbar stets nach dem niedrigsten Brechungsexponenten, der innerhalb der flüssigen Schicht vorkommt, und kann daher einen andern Werth als der normalen Beschaffenheit der Flüssigkeit entspricht, nur dann gewinnen, wenn entweder die moleculare Veränderung die flüssige Schicht durch ihre ganze Tiefe trifft, oder wenn unmittelbar an der Glasfläche eine Verminderung des Brechungsexponenten eintritt. Demnach ist zu erwarten, dass die in Rede stehende Einwirkung unschädlich bleiben wird, so bald die Schicht dick genug ist, um in der Mitte derselben die moleculare Veränderung als unmerklich annehmen zu dürfen. Welche Dicke dieser Bedingung genügen wird, ist allerdings nicht theoretisch zu bestimmen. Die Versuche aber, die ich mit den verschiedenartigsten Flüssigkeiten angestellt habe, lehren, dass der Grenzwinkel der totalen Reflexion stets dem im Hohlprisma bestimmten Brechungsindex genau entspricht, sobald überhaupt eine genaue Beobachtung der totalen Reflexion nach der hier betrachteten Methode möglich ist; was — später zu erwähnender Hindernisse wegen — erst bei einer Dicke von 0,03 — 0,05 Mm. eintritt.

Was ferner die Sicherheit anlangt, mit welcher der Eintritt der Totalreflexion zu beobachten ist — worüber natürlich nur die Erfahrung Auskunft geben kann — so lehren Experimente mit den noch näher zu beschreibenden Apparaten, dass bei Be-

rücksichtigung einiger im Folgenden noch zur Sprache kommenden Vorsichtsmaassregeln die Auffassung der Erscheinung jeder nur irgend wünschenswerthen Schärfe fähig ist. Bei den zwei ersten Beobachtungsweisen erscheint die Auslöschungsgrenze in dem beobachteten Spectrum bei Anwendung eines ganz correcten Prisma's und eines hinreichend engen Spaltes als eine vollkommen scharfe Linie, welche den noch sichtbaren Theil des Spectrums gegen den verdunkelten deutlich abgrenzt, deren Fortschreiten bei allmähliger Drehung des Doppelprisma's in den feinsten Abstufungen verfolgt werden kann. Verwachsen und undeutlich wird die Trennungslinie nur in dem Falle, in welchem auch die Genauigkeit der Messung von der Schärfe der Einstellung auf eine bestimmte Farbe unabhängig ist, wenn nämlich die Dispersion der Flüssigkeit mit derjenigen des Doppelprisma's fast übereinstimmt und das ganze Spectrum beinahe gleichzeitiger Auslöschung unterliegt. — Erscheint nun das Spectrum des Spaltes in hinreichender Ausdehnung und mit gut sichtbaren Fraunhofer'schen Linien, so kann wenigstens in den helleren Theilen die Auslöschungsgrenze fast mit derselben Sicherheit wie bei den Messungen am Spectrometer der Spalt oder das Fadenkreuz, auf eine bestimmte Farbe eingestellt werden.

Diese Beschaffenheit des Spectrums lässt sich allerdings nur bei Anwendung directen Sonnenlichtes erreichen, weil andernfalls die Lichtstärke weder genügende Verengerung des Spaltes noch genügende Vergrösserung erlauben würde. Wo indess die Genauigkeit der Messungen nicht erheblich über die Einheit der dritten Decimale hinauszugehen braucht, reicht ein ganz kurzes Spectrum ohne Fraunhofer'sche Linien, sowie es mit diffusem Tageslicht oder mit einer Lichtflamme unter Anwendung eines breiteren Spaltes leicht erzielt wird, vollkommen aus, wenn man die Einstellung stets für den Uebergang zwischen Orange und Grün ausführt. Bei der raschen Veränderung des Farbentones in dieser Gegend des Spectrums ist es nach einiger Uebung sehr leicht, auf die blosse Farbenwahrnehmung hin immer dieselbe Stelle zu treffen; und zwar gerade die Fraunhofer'sche Linie D, deren Licht, weil es nahezu das Maximum der Helligkeit im Spectrum bezeichnet und ausserdem experimentell so leicht darstellbar ist, unter allen Farben am meisten sich eignet, der Bestimmung der absoluten Brechungsexponenten zu Grunde gelegt zu werden.

Wird ferner nach den zwei andern Methoden unter Benutzung des Compensators in freiem Sehfeld beobachtet, so hängt die Schärfe

der Einstellung bei Anwendung weissen Lichtes wesentlich von dem Gange der Dispersion in der zu untersuchenden Flüssigkeit ab. Ist dieser nahehin übereinstimmend mit demjenigen im Doppelprisma und in den Compensator-Prismen, so erhält man eine vollkommen farblose und scharfe Grenzlinie zwischen dem hellen und dem dunkeln Theile des Sehfeldes, welche sowohl an einem Fadenkreuz wie auch an einer Scala sehr genau eingestellt werden kann. Bei der grossen Mehrzahl der vorkommenden Flüssigkeiten von normaler Dispersion ist obige Bedingung in genügendem Maasse erfüllt, selbst wenn zur Construction der Apparate ziemlich schweres Flintglas verwandt wird. Nur bei einigen sehr stark brechenden Substanzen, wie bei Schwefelkohlenstoff und einigen ätherischen Oelen, macht sich die in den höheren Farben stark wachsende Dispersion durch eine weniger scharfe, violett umsäumte Grenzlinie bemerklich. Indess ist auch hier (da sich in diesen Fällen die Anwendung eines anderen als eines sehr stark brechenden Glases von selbst ausschliesst), die Unsicherheit der Einstellung nicht so gross, als dass der absolute Brechungsindex nicht auch ohne monochromatisches Licht noch auf 4 — 5 Einheiten der vierten Decimalstelle genau erhalten werden könnte.

Substanzen mit anomaler Dispersion hingegen können nach dieser letzteren Methode nur untersucht werden, wenn die Beobachtung ohne Compensator mit monochromatischen Lichtquellen von verschiedener Farbe ausgeführt wird.

Was schliesslich die Genauigkeitsbedingungen für die Messung der Farbenzerstreuung anbetrifft, so ist, so weit es sich dabei um diejenigen Combinationen handelt, bei welchen ein Spectrum beobachtet wird, dem Vorstehenden wenig mehr hinzuzufügen. Vorausgesetzt, dass die Differenzen des Brechungsindex für den maassgebenden Theil des Doppelprisma's genau bekannt sind, fordert die Bestimmung der entsprechenden Differenzen für die zu untersuchende Substanz nach der auf Seite 49 aufgestellten Gleichung 5) nichts weiter als die Kenntniss der Drehung $\delta\alpha$, welche die Grenzlinie der Totalreflexion von einer Farbe auf die andere führt. Nachdem Dasjenige, was auf die Genauigkeit der Einstellung auf bestimmte Farben Bezug hat, schon zur Sprache gekommen ist, bleiben nur noch die Ansprüche zu erwägen, welche an die Ausmessung der betreffenden Winkeldifferenzen zu stellen sind. Was hierzu gehört, ist aber bei Gelegenheit einer andern Erörterung auf Seite 59 schon dargelegt. Dort ist gezeigt, dass der Factor, mit welchem in der Gleichung für δn der Werth von $\delta\alpha$ multipli-

cirt ist, den Betrag von 0,6 in keinem Falle erreichen kann; woraus denn folgt, dass eine Unsicherheit von $^1/_4$ Bogenminute bei der Messung der Winkeldifferenzen den Werth von δn erst in der fünften Decimalstelle um höchstens 4—5 Einheiten beeinflusst. — Diese Messung stellt also in keinem Falle höhere Anforderungen, als mit den gewöhnlichen Winkelmessinstrumenten auch ohne die Hilfe mikrometrischer Vorrichtungen leicht befriedigt werden können.

Die Bestimmung der Farbenzerstreuung mittelst des Compensators bleibt, wenn die Dispersionsgrösse k der Compensatorprismen ein für alle mal ermittelt ist, — was natürlich mit grosser Genauigkeit geschehen kann, — kaum andern Fehlern unterworfen als denen, die aus ungenauer Einstellung entspringen. Denn diejenigen Mängel der Amici'schen Prismen, welche die Messung des absoluten Brechungsindex möglicher Weise beeinträchtigen könnten, bleiben für die Differenzen ohne merklichen Einfluss; eine Abweichung der Mittelebene beider Prismen (d. h. derjenigen Ebene, in welcher die Hauptschnitte beider zusammenfallen) vom Hauptschnitt des Doppelprisma's ändert die wirksame Dispersion nur im Verhältniss des Cosinus dieser Abweichung zur Einheit, ist also erst bei ganz grobem Constructionsfehler schädlich; und eine falsche Bestimmung des Nullpunktes für die Messung der Drehungswinkel z eliminirt sich vollständig in dem Mittel aus zwei entgegengesetzten Drehungen. Es bleibt also nur noch in Frage, welcher Sicherheit die Einstellung selbst fähig ist. — In dieser Hinsicht würden die Bedingungen jedenfalls die möglichst günstigen werden, wenn man successive Einstellungen bei monochromatischer Beleuchtung in verschiedenen Farben ausführen und dabei jedesmal diejenige Stellung des Compensators aufsuchen wollte, welche die Grenzlinie auf das Fadenkreuz führt, wenn vorher das Doppelprisma für die Normalfarbe des Compensators eingestellt ist. In diesem Falle wie auch wenn mit einer doppelfarbigen Lichtquelle beobachtet und die Auslöschungsgrenzen beider Farben durch den Compensator zur Coincidenz gebracht würden, bliebe die Schärfe der Einstellung und auch die Maassbestimmung der Dispersion von der Gleichförmigkeit oder Ungleichförmigkeit der letzteren völlig unabhängig; und wenn man hinreichend intensive Lichtquellen verwenden wollte, würde — wie das Verhalten einer gut leuchtenden Natronflamme beurtheilen lässt — eine sehr grosse Genauigkeit erreicht werden können. Handelt es sich dagegen um die bequemere und einfachere Anwendung des Ver-

fahrens mit weissem Licht, so kann in den meisten Fällen weder die Bestimmung der Compensatordrehung noch die Auswerthung derselben die nämliche Sicherheit wie bei Messungen mit isolirten Farben gewinnen; die erstere nicht, weil die grössere oder geringere Verschiedenheit im Gange der Dispersionen von Compensator, Doppelprisma und Flüssigkeit immer sogen. secundäre Farbensäume an der Auslöschungsgrenze übrig lässt, die das Auge nicht immer in gleicher Weise auffasst; das andere, die Maassbestimmung, nicht, weil es ungewiss bleibt, welche Farben bei irgend einer bestimmten Einstellung wirklich zur Deckung gebracht worden sind. Das Resultat kann also die Dispersion der Flüssigkeit nur in einem Mittelwerthe angeben, der sich thatsächlich auf diejenigen Farben beziehen wird, deren Zusammenfallen den Eindruck der Achromasie am meisten begünstigt. Welche Farben im einzelnen Falle diese Rolle spielen, wird nicht nur von der subjectiven Auffassung der Farbeneindrücke, sondern auch vom Gange der Dispersion in der beobachteten Substanz abhängen. Wie aber a priori anzunehmen ist, dass in dieser Beziehung immer der hellere Theil des Spectrums dominirend sein wird, so zeigt die Erfahrung, dass man den anderweitig gemessenen wahren Werthen der Farbenzerstreuung bei diesen Beobachtungen durchschnittlich am nächsten kommt, wenn man die Einstellung des Compensators auf möglichst farblose Grenzen als eine Vereinigung der Strahlen der Fraunhofer'schen Linien C und F interpretirt und demgemäss bei der Berechnung der Ablesungen die Dispersion des Compensators für dasselbe Intervall zu Grunde legt. — Nach meinen Beobachtungen wird auf solche Art der wirkliche Unterschied des Brechungsexponenten zwischen den genannten Strahlen immer bis auf 1,5, höchstens 2 Procent des ganzen Betrages getroffen — was für die meisten Bedürfnisse eine völlig ausreichende Genauigkeit sein möchte.

12. Die Anwendung der Methode beim Gebrauch des Spectrometers.

Nachdem im Voranstehenden die Methoden in ihren wesentlichen Stücken entwickelt und zugleich alle die Umstände in Betracht gezogen worden sind, von welchen bei der Anwendung die Genauigkeit der Resultate abhängt, bleibt nur noch die Einrichtung der äussern Hilfsmittel und das Detail des Beobachtungsverfahrens anzugeben.

Den nächstliegenden und für genaue Messungen vortheilhaftesten Weg zur Ausübung der fraglichen Methoden bietet die Anwendung eines Spectrometers von der früher beschriebenen Construction dar, indem dieses alle Hilfsmittel zur Ausführung der einzelnen Operationen in der vollkommensten Form zur Disposition stellt. Es wird dabei nichts weiter erfordert als ein Doppelprisma mit solcher Fassung, dass es leicht und sicher auf den Prismenträger des Spectrometers aufgebracht werden kann. Ich benutze für diesen Zweck eine eben solche runde Scheibe mit centralem Ausschnitt wie zur Application gewöhnlicher Prismen; nur ist an ihr der Ausschnitt grösser und ist in demselben eine kleinere ebene Platte rechtwinklig zur Fläche der grossen Scheibe befestigt, so dass, wenn das Ganze an den Ring des Spectrometers angeklemmt wird, ein ebenes Tischchen entsteht, welches durch die Regulirvorrichtung des Prismenträgers parallel zum Theilkreis gerichtet werden kann (Fig. 4 auf der Tafel). Die Prismen sind einzeln in geschwärzte Messingfassungen eingekittet, so dass von jedem nur die wirksamen beiden Flächen freiliegen. Dabei steht, wie Fig. 5 auf der Tafel erkennen lässt, die Hypotenusenfläche des einen (*A*) um ca. 1 Mm. über den Rand der Fassung vor, während die des andern *B* um nicht ganz denselben Betrag zurückliegt. Beim Zusammenlegen beider Prismen haben daher die vorstehenden Messingränder der Fassung von *B* am Prisma *A* selbst Führung, so dass eine an der Rückwand von *B* befestigte Feder, die in einen kleinen Ausschnitt der Fassung von *A* eingreift, genügt, um beide Prismen in richtiger Lage zusammenzuhalten. — Die Fassung von *A* (welche stets dem Fernrohr zugekehrt wird) trägt an ihrer unteren gut geebneten Aussenfläche ein kurzes Zäpfchen, welches in ein Loch der Tischplatte einpasst, während die eine Kante der Fassung an eine Leiste sich anlegt und die Kathetenfläche des Prisma's der Ringebene parallel stellt.

Die Vorbereitung der Messung besteht, wenn man von der Bestimmung der Constanten absieht, blos darin, dass zuerst das Prisma *A* allein auf das Tischchen gesetzt und in seinen beiden Flächen auf die im ersten Theile beschriebene Weise mit Hilfe der Spiegelbilder des Spaltes justirt wird. Hierauf wird es wieder abgenommen, ein Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit auf die gereinigte Hypotenusenfläche gebracht, das zweite Prisma darüber geschoben, so dass die Schlussfeder einspringt, und nun das Ganze wiederum aufgesetzt, wobei allein darauf Bedacht zu nehmen bleibt, dass die vorher bewirkte Justirung nicht durch eine

Drehung des Ringes beim Wiederaufsetzen gestört werde. Hiermit ist Alles zur Ausführung der Beobachtung bereit.

Beim Einbringen der Flüssigkeit bleibt indess eine Vorsichtsmaassregel zu beachten, welche hier wie auch bei allen anderen im Folgenden noch zu beschreibenden Formen der Beobachtung für die Sicherheit der Messung von entscheidendem Belang ist. Wenn nämlich die Glasflächen unmittelbar auf einander gelegt werden, so wird auch bei noch so vollkommener Ausführung der Prismen an einigen Stellen wirkliche Berührung eintreten und die Trennungsschicht an diesen Stellen für alle Richtungen durchsichtig sein. Aber auch hiervon abgesehen fordert die Beseitigung der auf Seite 60 erwähnten principiellen Bedenken, dass die Dicke der Schicht nicht auf moleculare Dimensionen herabgehe; und endlich ist auch eine genaue Beobachtung der beginnenden Totalreflexion nur möglich, wenn die Flüssigkeit zwischen den Prismen eine gewisse gleichförmige Dicke hat, weil andernfalls durch Interferenz zwischen den einfach durchgehenden und den an den beiden Trennungsflächen wiederholt reflectirten Strahlen so starke Säume in der Nähe der Auslöschungsgrenze auftreten, dass deren Lage nicht mehr genau zu bestimmen ist; zumal dabei die geringsten sonst völlig unschädlichen Unebenheiten der Glasflächen sehr störende Unregelmässigkeiten bewirken. Alle diese Hindernisse aber fallen sogleich hinweg, sobald man vor dem Aufstecken des zweiten Prisma's zwei schmale Streifchen von dünnem Briefpapier oder Stanniol auf die Enden der Hypotenusenfläche, an deren kurzen Seiten, auflegt, so dass der Abstand der Prismen auf einer wahrnehmbaren Grösse — etwa $^1/_{20}$ — $^1/_{10}$ Mm. — erhalten wird; was nach dem auf Seite 60 über die mögliche Gefahr einer Abblendung Gesagten nicht dem geringsten Bedenken unterliegen kann.

Die Einstellung des Doppelprismas auf die beginnende Totalreflexion kann beim Gebrauch des Spectrometers auf zweierlei Weise erfolgen.

Erstens kann man durch die Prismen hindurch den Spalt des Collimatorfernrohrs beobachten, indem man diesen auf die gewöhnliche Art durch seitlich einfallendes Licht beleuchtet, das Ocular aber zudeckt, damit die Umgebung des Spaltes dunkel bleibe. Um dabei das Bild der Lichtlinie in ein Spectrum von hinreichender Ausdehnung zu verwandeln, bediene ich mich eines kleinen Fernrohrs von etwa 6facher Vergrösserung, vor dessen Objectiv ein gutes Amici'sches Prisma von etwa 15 Mm. freier

Oeffnung fest aufgesteckt ist. Dieses Fernrohr wird auf einem ganz einfachen Stativ neben dem Spectrometer aufgestellt und so gerichtet, dass das Spectrum in seinem Gesichtsfeld erscheint. Die Einstellung der Auslöschungsgrenze auf die einzelnen Fraunhofer'schen Linien kann dann in aller Sicherheit bewirkt werden, indem man, durch dieses Fernrohr sehend, den Theilkreis des Spectrometers mit freier Hand langsam fortdreht; wobei es die richtige Einstellung erleichtert, wenn man ein Fadenkreuz im Oculare durch leichte Drehung des Beobachtungsrohrs auf die betreffende dunkle Linie vor ihrem völligen Verschwinden einstellt, um sodann die Auslöschungsgrenze auf dieses Fadenkreuz zu führen. Wenn die beiden Theile des Doppelprisma's aus dem nämlichen Glase gefertigt sind und nahehin gleiche Winkel haben und wenn das Stativ des Hilfsfernrohrs einigermaassen sichern Stand hat, ist durch die kleine Drehung zwischen beiden Einstellungen eine Veränderung nicht zu befürchten.

Zweitens kann die Beobachtung auch nach der dritten Methode im Sehfelde des Collimatorfernrohrs ausgeführt werden, wenn man eine Lichtquelle zur Verfügung hat, welche einfarbiges Licht oder doch nur Strahlen von wenigen discreten Farben liefert. Der Spalt des Collimatorfernrohrs beibt dabei ganz ausser Gebrauch; nur die den Spalt verlängernden kurzen Schneiden werden anstatt eines Fadenkreuzes zur Einstellung benutzt. Die Lichtquelle wird dicht neben dem Instrument, in der Richtung der Fernrohraxe, so aufgestellt, dass vor Beginn der Totalreflexion das ganze Sehfeld gleichmässig erhellt erscheint. — Eine gut leuchtende Natronflamme in dieser Weise benutzt, gewährt eine sehr deutliche Auslöschungsgrenze, welche mit grosser Sicherheit in die Mitte der Schneiden gebracht werden kann, wenn man durch passend angebrachte Schirme das Sehfeld von anderen Strahlen frei hält.

Die Data zur Berechnung der Brechungsindices, nämlich die Werthe des Winkels α, erhält man natürlich bei beiden Verfahrungsweisen dadurch, dass nacheinander der Theilkreis abgelesen wird für diejenige Stellung des Doppelprisma's, bei welcher die Totalreflexion eintritt, und für diejenige, bei der die vordere, d. h. die dem Objectiv zugewandte Prismenfläche normal zur Fernrohraxe gerichtet ist.

Die Construction der Prismen anlangend, so wird man den Winkel w am zweckmässigsten so bestimmen, dass für die beiden äussersten Werthe der Brechungsexponenten, die dem Doppelprisma noch zugänglich sein sollen, die Incidenz an der vordern

Glasfläche nahehin um gleich viel nach beiden Seiten von der Senkrechten abweicht; die Wahl der Glasart aber wird sich zu richten haben nach dem Spielraum im Brechungsexponenten, für welchen der Apparat brauchbar sein soll. — Wird verlangt, dass alle Flüssigkeiten vom Wasser bis zum Schwefelkohlenstoff mit ein und demselben Prismenpaar zu beobachten seien, so muss sehr schweres Flintglas in Anwendung kommen; braucht dagegen der Apparat z. B. nur bis zum Brechungsexponenten 1,55 zu reichen, so genügt ein mittleres Flint von etwa 1,61 bis 1,62 für Natronlicht; und Crownglas reicht aus, wenn nicht höhere Brechungsexponenten als etwa 1,45 in Frage stehen. Wegen der leichteren Herstellung und der grösseren Dauerhaftigkeit wird man aber immer bei Glasarten von geringerem Brechungsvermögen stehen bleiben, wenn nicht der besondere Zweck, dem der Apparat dienen soll, andere nöthig macht.

Berechnet man nun unter Voraussetzung eines schweren Flintglases von 1,68 die Grenzwinkel der Totalreflexion einerseits für $n = 1{,}30$, andererseits für 1,63, so ergiebt sich, dass bei einem Prismenwinkel von 63—64° die extremen Einfallswinkel, nach beiden Seiten hin etwa gleiche Grösse erhalten; und da auch für die andern namhaft gemachten Fälle bis auf geringe Unterschiede derselbe Werth kommt, so wird bei allen derartigen Prismencombinationen die Hypotenusenfläche mit der kurzen Kathete einen Winkel von p. p. 64° zu bilden haben; was auf ganz bequeme Formen führt.

Was zuletzt die Bestimmung der Constanten des wirksamen Prisma's anbetrifft, so ist der Winkel w natürlich jederzeit auf dem gewöhnlichen Wege zu messen. Soll aber auch der Brechungsexponent und die Farbenzerstreuung an diesem nämlichen Prisma mittelst des Spectrometers beobachtet werden, so bleibt nichts weiter übrig, als auch die lange Kathetenfläche poliren zu lassen und vor dem Einkitten des Prisma's in die Fassung die betreffende Messung an dem kleineren brechenden Winkel dieser langen Seite auszuführen.

Wenn schon die hier beschriebene Methode nicht ganz dieselbe Genauigkeit gewährt, die man unter günstigen Umständen mit sehr guten Apparaten und bei sehr sorgfältiger Ausführung der Messung mittelst des Hohlprisma's zu erreichen vermag, so sind dagegen solche Bestimmungen, von denen keine grössere Genauigkeit als auf zwei bis drei Einheiten der 4. Decimalstelle verlangt wird, mit ihrer Hilfe nicht nur durch ein viel weniger vollkom-

menes Instrument sondern auch mit erheblich einfacheren Operationen zu erhalten; und sie bietet, abgesehen von dem geringen Substanzverbrauch, ausserdem noch den Vortheil, auf Substanzen anwendbar zu sein, die sich, sei es wegen ungenügender Reinheit, sei es wegen starker Färbung, im Hohlprisma gar nicht oder nur sehr schwierig untersuchen lassen.

Für einige besondere Zwecke mag auch noch der Vorzug zu Statten kommen, dass man bei dieser Beobachtungsmethode grosse Temperaturdifferenzen der zu untersuchenden Substanz ohne alle Umstände mit voller Sicherheit in der Gewalt hat. Man braucht offenbar nur das Doppelprisma mit sammt der Flüssigkeit hinreichend lange in einem Bad von genau bestimmter Temperatur zu erwärmen, um der Temperatur der Flüssigkeit während der Messung sicher zu sein, da in den paar Augenblicken, die nach vorheriger Justirung zwischen dem Aufbringen und der Einstellung verstreichen, eine Abkühlung oder Erwärmung der eingeschlossenen Schicht vollkommen unmöglich ist.

13. Selbstständige Apparate (Refractometer) zur optischen Bestimmung von Flüssigkeiten.

Die günstigen Bedingungen, welche das Princip der Totalreflexion in Bezug auf leichte und bequeme Ausführung dioptrischer Maassbestimmungen an Flüssigkeiten gewährt, legen den Gedanken nahe, im Interesse der mancherlei wissenschaftlichen und praktischen Aufgaben, die von solchen Maassbestimmungen Nutzen ziehen könnten, compendiöse und leicht zu gebrauchende Instrumente für die Ausübung jener Methode zu construiren, um diese Ausübung unabhängig vom Gebrauch eines Spectrometers zu machen. Die Möglichkeit dessen ist gegeben durch die geringe Zahl wesentlicher Theile, die, den vorangehenden Entwickelungen zu folge den erforderlichen Apparat ausmachen und durch die geringen Ansprüche, welche die Methode an die Genauigkeit der Winkelmessungen stellt.

Als wesentliche Bestandtheile eines vollständigen Instruments figuriren bei den drei zuletzt beschriebenen Verfahrungsweisen, ausser einer Vorrichtung zur Winkelmessung, nur noch ein Fernrohr, das Doppelprisma und eventuell der Compensator. Die Dimensionen, in denen diese Stücke ihrem Zweck genügen und die Art von Verbindung, in welcher sie untereinander zu stehen haben, sind beide der Construction eines zum Handgebrauch geeigneten

Instruments durchaus günstig; namentlich aber kommt diesem Zweck die auffällige Unempfindlichkeit der Methode gegen Fehler der Winkelmessung zu Statten. Denn wenn, wie auf Seite 57 dargethan, ein Fehler von 5—6 Bogenminuten im ungünstigsten Fall erst eine Differenz von 0,001 im Brechungsexponenten nach sich zieht, so wird für alle Messungen, bei welchen man die Hälfte dieses Betrages als Fehlergrenze zugibt, nicht nur ein verhältnissmässig kleiner Gradbogen zur Winkelmessung ausreichen, sondern man wird dabei auch auf die Elimination der Excentricität und auf alle Hilfsmittel feinerer Ablesung, Nonien und dergl., verzichten können. Damit ist aber die Möglichkeit gegeben, Ablesung der Winkel und Berechnung des Resultats in einen Act zu vereinigen, indem man an Stelle der gewöhnlichen gleichförmigen Kreistheilung eine für das betreffende Doppelprisma entworfene empirische Theilung setzt, deren Intervalle die Zunahmen des äusseren Incidenzwinkels für gleiche Zunahmen des Brechungsexponenten darstellen, und welche daher unmittelbar nach bewirkter Einstellung den gesuchten Brechungsindex abzulesen erlaubt; wodurch nicht nur jede Rechnung, sondern zugleich auch die Einstellung auf die Normale der äusseren Prismenfläche erspart wird.

Die Herstellung einer solchen nach gleichen Zunahmen des Brechungsindex fortschreitenden Theilung, sei es an einem Gradbogen oder an einer Ocular-Scala, unterliegt offenbar nicht der geringsten Schwierigkeit. Der Verfertiger braucht nur den Brechungsexponenten des angewandten Glases und den brechenden Winkel des Prisma's genau zu bestimmen, darauf hin den Grenzwinkel der Totalreflexion für alle bei Flüssigkeiten vorkommenden Werthe des n, etwa von Hundertel zu Hundertel oder in noch kleineren Abstufungen fortschreitend, zu berechnen und schliesslich die diesen Grenzwinkeln zugehörigen Austrittswinkel abzuleiten. Nach Auftragen der entsprechenden Theilung und richtiger Bezifferung muss zuletzt der Index so regulirt werden, dass für irgend eine Substanz von anderweitig bekanntem Brechungsexponenten die Einstellung diesen an der Theilung ergibt; alsdann stimmen von selbst alle Theilstriche mit den Einstellungen für die ihnen entsprechenden Werthe des n. — In derselben Weise wird man, falls das Prisma fest mit dem Fernrohr verbunden ist, eine Scala im Ocularfelde der letzteren, die gleichfalls unmittelbar den Brechungsexponenten angibt, entwerfen; nur dass in diesem Falle zur Uebertragung der Winkel auf die Längentheilung die Aequivalent-Brennweite des Fernrohr-Objectivs bestimmt sein muss.

Es ist bei dieser Combination natürlich unvermeidlich — aber auch gar kein Nachtheil — dass alle Messungen auf die eine bestimmte Farbe, welche der Berechnung der Theilung zu Grunde gelegt wurde, beschränkt bleiben. Nach dem auf Seite 61 Angeführten wird man hierzu stets das Licht der Natronflamme oder der Fraunhofer'schen Linie *D* wählen.

Nach der angegebenen Richtschnur habe ich solche Refractometer in drei verschiedenen Formen, welche in den Figg. 6, 7 und 8 auf der Taf. dargestellt sind, ausführen lassen. Die beiden ersten Formen sind zur Untersuchung aller Flüssigkeiten geeignet, indem sie das Intervall von $n = 1{,}30$ bis $n = 1{,}63$ umfassen; sie unterscheiden sich nur dadurch, dass das eine Instrument, zum Gebrauch in freier Hand eingerichtet, blos die Bestimmung des absoluten Brechungsexponenten gewährt, während das andere grössere, auf Stativ, mit Compensator zur gleichzeitigen Messung der mittleren Dispersion versehen ist. — Das Refractometer der dritten Form giebt die Ablesung an einer Scala im Ocular, während jene beiden die Theilung an einem Gradbogen tragen. Diese Modification beschränkt jedoch den Umfang der Anwendung auf das kleinere Intervall von $n = 1{,}30$ bis $n = 1{,}43$, so dass diese Form nur für Flüssigkeiten von geringem Brechungsvermögen brauchbar ist.

Die Beschreibung der mechanischen Einrichtung der drei Apparate kann sehr kurz gegeben werden, nachdem im Voranstehenden alle maassgebenden Rücksichten schon Erörterung gefunden haben.

Die erste Form ist auf diejenige Beobachtungsweise berechnet, die Seite 45 als zweite Methode beschrieben worden ist. Demgemäss stellt in Fig. 6 auf der Taf. *J F* ein kleines Fernrohr von 2 — 3maliger Vergrösserung dar, dessen Bestandtheile den in den Figg. 4 u. 5 des Textes schematisch skizzirten Stücken entsprechen. *J* bezeichnet die Stelle des Objectivs; in dessen Focus bei *F* befindet sich ein justirbares Diaphragma, welches einen kurzen Spalt von angemessener Weite trägt. Hinter diesem Spalte steht, mit *O* bezeichnet, in einer verschiebbaren Hülse das in Fig. 5 auf Seite 45 dargestellte Spectralocular, eine einfache Convexlinie in Verbindung mit einem Amici'schen Prisma, mittelst dessen das Bild des Spaltes bei richtiger Stellung des Oculars in ein scharfes Spectrum verwandelt wird. — Das ganze Fernrohr ist mittelst eines kleinen Ständers *D* am Objectivende auf einen Sector *A* aufgeschraubt, der bei *K* den Drehungszapfen einer das Doppelprisma *C* tragenden kreisförmigen Platte enthält. Das eine von beiden Primen

ist durch Vermittelung dieser Platte fest mit dem Drehungszapfen verbunden, so dass seine brechende Kante senkrecht zur Ebene des Sectors und zur Fernrohraxe gerichtet ist, das andere wird durch die in Fig. 5 der Tafel dargestellte und auf Seite 65 schon beschriebene Einrichtung der Fassung bei Ausführung der Beobachtung aufgesteckt. Mit dem Drehungszapfen in fester Verbindung steht ausserdem eine Alhidade *B* mit justirbarem Index. Die Theilung an der Peripherie des Sectors giebt unmittelbar Unterschiede des Brechungsexponenten von 5 zu 5 Tausendteln an; die Intervalle aber sind auch da, wo die Striche am engsten stehen, noch gross genug, um mit freiem Auge eine Ablesung, die bis auf halbe Tausendtel sicher ist, zu ermöglichen.

Soll mit dem Instrument beobachtet werden. so wird zuerst das bewegliche Prisma abgenommen und auf die freiliegende Fläche des festen, nach vorheriger Reinigung[1]) und nach Auflegen schmaler Streifchen von dünnem Briefpapier an den kurzen Seiten, ein Tropfen der zu untersuchenden Substanz aufgebracht, wobei man das Ganze aus freier Hand so vor sich hält, dass die betreffende Fläche horizontale Lage gewinnt. Hierauf wird das zweite Prisma aufgesteckt und, während der Index auf kleinen Zahlen steht, das Fernrohr mit der Hand auf eine beliebige Lichtquelle, auf den hellen Himmel, den Milchglasschirm einer Lampe oder, wenn man intensives Licht gebraucht, auf eine offene Gas- oder Petroleumflamme, gerichtet. Man stellt das verschiebbare Ocular auf das jetzt sichtbare Spectrum ein und dreht schliesslich die Alhidade langsam und stetig nach den wachsenden Zahlen hin, bis die Auslöschungsgrenze auf die Gegend der Linie *D*, d. h. auf die Stelle des Uebergangs von Orange zu Grün vorgerückt ist. Die Ablesung der Theilung giebt jetzt unmittelbar den Brechungsindex der betreffenden Substanz für die Fraunhofer'sche Linie *D*.

Wegen des von der freien Prismenfläche reflectirten Lichtes, welches in das Fernrohrobjectiv eindringt, verschwinden die der totalen Reflexion unterliegenden Theile des Spectrums meist nicht vollständig, sondern bleiben in sehr verminderter Helligkeit noch sichtbar. Man erblickt daher einen hellen Theil des Spectrums in einer scharfen Linie gegen einen ganz blassen Theil abgegrenzt. — Auf die richtige Erkennung der verlangten Farbe *D* übt man

1) Die in Bezug auf die Reinigung zu stellenden Ansprüche sind sehr gering. Es genügt in allen Fällen ein flüchtiges Abwischen der beiden Glasflächen mit Wasser oder Alkohol.

das Auge leicht, indem man mit dem Instrument einigemal durch eine gut leuchtende Natronflamme hindurch auf eine weisse Lichtquelle hinsieht. Indem dabei das monochromatische Spaltbild des Natronlichtes im Spectrum hervortritt, erhält man die Stelle der Linie *D* sichtbar bezeichnet.

Die Justirung des Index wird am einfachsten durch eine Einstellung mit reinem Wasser bewirkt. Bei der mittleren Temperatur von ca. 18° Cels. muss der Index, wenn er die richtige Lage hat, den Werth 1,333 angeben.

Das Refractometer der zweiten Form, welches auf der Tafel in Fig. 7 dargestellt ist, bringt die Seite 46 beschriebene dritte Beobachtungsmethode zur Ausführung. Doppelprisma, Sector und Alhidade haben, abgesehen von grösseren Dimensionen, dieselbe Einrichtung wie bei dem eben beschriebenen Instrument, nur dass die feinere Theilung hier die Tausendtel des Brechungsindex unmittelbar angiebt und bei Gebrauch einer Ablesungslupe 2—3 Einheiten der vierten Decimale noch zu schätzen erlaubt. Das Fernrohr dagegen hat hier ein offenes Ocularfeld und in demselben, bei *F*, im Brennpunkte des Objectivs *J* ein einfaches Fadenkreuz. Die Röhre des Fernrohrs ist vor dem Objectiv durch eine Hülse *T* verlängert und mit dieser in den auf den Sector aufgesetzten Ständer *D* eingeschraubt. Letzterer trägt zugleich den in Fig. 7 des Textes skizzirten Compensator, in der Art, dass die Fassung des einen Amici'schen Prismas innerhalb der Hülse *T* liegt, während die des anderen, *S*, ausserhalb des Ständers *D* zu Tage tritt. Die Drehung beider Compensatorprismen nach entgegengesetzten Seiten um je gleiche Winkel bewirkt der zwischen die Zahnkränze der Fassungen eingefügte Trieb, dessen Knopf, der Hand des Beobachters bequem zugänglich, bei *t* vorsteht. Eine auf die Fassung *S* aufgesteckte getheilte Trommel *c* lässt den Winkel, den die Hauptschnitte der Compensatorprismen bei irgend einer Stellung mit der Ebene des Sectors bilden, ablesen. Die Theilung der Trommel zeigt auf Null, wenn die Hauptschnitte beider Prismen diejenige Lage haben, bei welcher der Incidenzwinkel der austretenden Strahlen an der flüssigen Schicht von Roth zu Blau zunimmt; sie geht von hier aus beiderseits bis 60, so dass jedes Intervall einen Winkel von 3° ausdrückt und die Zahl 30 der senkrechten Stellung beider Prismen, mithin dem Nullwerthe der vom Compensator erzeugten Dispersion entspricht.

Der ganze Sector sammt den mit ihm verbundenen Theilen wird von einer Säule *G* auf schwerem Metallfuss getragen. Wäh-

rend der Messung steht die Axe des Fernrohrs um ca. 60° gegen die Ebene des Tisches geneigt, so dass man wie an einem Mikroskop mit inclinirendem Tubus beobachtet. In der Richtung der Visirlinie ist am Fusse des Instruments ein kleiner um zwei Axen drehbarer Hohlspiegel *g* angebracht, mittelst dessen das Sehfeld beleuchtet wird. Um aber das feste Prisma beim Reinigen und beim Aufbringen der Flüssigkeit bequem zugänglich zu haben, ist die Einrichtung getroffen, dass der ganze Sector um einen besondern, mit der Drehungsaxe der Alhidade concentrischen Zapfen im Kopfe *K* der Säule *G* nach der entgegengesetzten Seite umgelegt werden kann, so weit, dass die oberste Ecke *e* des Gradbogens die Tischfläche berührt. In dieser Stellung des Instruments ist das Doppelprisma dem Beobachter zugekehrt, und zwar in solcher Lage, dass nach Wegnahme des beweglichen Prisma's die Hypotenusenfläche des andern, nahehin horizontal gerichtet, frei liegt.

Bei Ausführung der Beobachtungen stellt man das Instrument so vor sich auf den Tisch, dass der Hohlspiegel dem Fenster oder der etwa zu verwendenden künstlichen Lichtquelle zugekehrt ist, legt den Sector um und bringt die zu untersuchende Substanz auf. Hierauf wird der Sector wieder aufgerichtet, die Alhidade an den Anfang des Gradbogens zurückgedreht und der Hohlspiegel im Fuss so eingestellt, dass das ganze Gesichtsfeld gleichmässig hell erscheint. Jetzt erst bewegt man die Alhidade nach der Seite der grösseren Zahlen hin vor, bis die Auslöschungsgrenze — meist mit breitem farbigen Saum — im Sehfeld zum Vorschein kommt. Man stellt nun durch Drehung des Triebes *t* mit der einen Hand die Achromasie her, während die andere Hand die jetzt scharf erscheinende Grenzlinie zwischen Hell und Dunkel mittelst der Alhidade vollends auf das Fadenkreuz führt. Schliesslich wiederholt man diese Einstellung nochmals mit der zweiten Stellung des Compensators, welche eine achromatische Auslöschungsgrenze erzeugt. Das Mittel aus den Ablesungen am Sector bei beiden Einstellungen ergiebt ohne Weiteres den gesuchten Brechungsexponenten für die Fraunhofer'sche Linie *D*; das Mittel aus den zugehörigen Trommelablesungen aber liefert den Winkel z, mit dessen Hilfe die Dispersion der Flüssigkeit nach der auf Seite 58 aufgestellten Regel zu berechnen ist.

Die Ausführung dieser Berechnung setzt natürlich voraus, dass man den Brechungsexponenten ν, die Dispersion $\delta\nu$ und den brechenden Winkel w des Doppelprismas sowie die Dispersion k je eines Compensatorprismas kenne; sie kann aber sehr verein-

facht werden, wenn man die in dem Ausdruck für δn vorkommenden Factoren — oder besser gleich deren Logarithmen — mit den für das betreffende Instrument geltenden Constanten ein für alle mal ausrechnet und in einer kleinen Tafel zusammenstellt. Für diesen Zweck sind offenbar die Werthe von nur drei Grössen getrennt aufzuführen; nämlich erstens, die Werthe des Gliedes

$$\frac{\sin w}{\cos \beta} . \delta \nu = A$$

für alle vorkommenden Beträge des n; zweitens diejenigen von

$$2\,k . \frac{\cos \alpha . \cos \gamma}{\cos \beta} = B$$

ebenfalls für alle Abstufungen von n; drittens der Werth von $\cos z = \sigma$ für die sämmtlichen Zahlen der Trommeltheilung. Auf Grund der im einzelnen Falle beobachteten Werthe von n und z (letzteres in Trommeltheilen ausgedrückt) wird man aus der Tafel diejenigen Beträge der drei Stücke entnehmen, welche nach Maassgabe der Gleichung

$$\delta n = B . \sigma + A$$

vereinigt, die Dispersion der Flüssigkeit für dasjenige Farbenintervall ergeben, für welches der Werth der Constanten k gilt. Dabei reicht es für den Gebrauch in allen Fällen aus, wenn die Werthe A und B von Hundertel zu Hundertel des Brechungsexponenten aufgeführt, die feineren Abstufungen aber durch Interpolation bestimmt werden.

Das Refractometer der dritten Form, welches Fig. 8 der Tafel darstellt, realisirt das auf Seite 47 entwickelte vierte Verfahren der Beobachtung. Demnach ist das Doppelprisma, oder wenigstens das eine Stück desselben, fest mit dem kleinen Fernrohr JO verbunden, in dessen Focalebene F aber ist eine Glasplatte mit bezifferter Mikrometerscala angebracht, welche die Einstellung der Auslöschungsgrenze von Tausendtel zu Tausendtel des Brechungsexponenten direct angiebt. Um bei der Beobachtung nicht auf den Gebrauch einfarbigen Lichtes eingeschränkt zu sein, ist auch hier zwischen dem Objectiv J und dem Doppelprisma C ein Compensator eingeschaltet. Indess besteht derselbe, da der Umfang der Anwendung dieses dritten Refractometers doch nur kleine Dispersionsgrössen fordert, aus einem einzigen Amici'schen Prisma von geringer Farbenzerstreuung (ca. 0,6° für das Intervall von C bis F), welches in einem cylindrischen Ring innerhalb der Hülse D drehbar ist. Die Drehung wird durch einen hervorstehenden Knopf d, der in einem Schlitz der Hülse D Führung hat bewirkt. —

Die Verbindung der beiden Stücke des Doppelprisma's nach Aufbringen der zu untersuchenden Flüssigkeit wird hier durch eine um den Zapfen *f* drehbare Feder *e* bewirkt, welche das bewegliche Prisma an das feste andrückt. Wenn das vordere Prisma entfernt werden soll, hebt man die Feder mit dem Finger ab und dreht sie um den Zapfen *f* zurück, so dass die lange Prismenfläche für das Reinigen und Aufbringen der Flüssigkeit vollkommen zugänglich ist.

Bei der Beobachtung richtet man das kleine Instrument aus freier Hand gegen eine gleichmässig helle Fläche, den hellen Himmel, eine weisse Wand, einen Lampenschirm oder dergl., stellt das Compensatorprisma mittelst des Knopfes *d* so ein, dass die Auslöschungsgrenze möglichst farblos wird, und liest schliesslich den Ort derselben an der Ocularscala ab. — Die Justirung der Scala geschieht, wie bei den beiden andern Instrumenten durch eine Einstellung mit reinem Wasser; sie wird hier mittelst zweier Schrauben ausgeführt, die das Objectiv *J* in der Richtung des Prismen-Hauptschnittes zu verschieben erlauben.

Da das absolute Gesichtsfeld eines Fernrohrs ohne sehr complicirte Einrichtung von Objectiv und Ocular nicht wohl über 18° hinaus vergrössert werden kann, so bleibt bei dieser dritten Construction die Messung beschränkt auf Incidenzwinkel von ca. 9° zu beiden Seiten der Normalen zur äusseren Prismenfläche, was bei Anwendung von Crownglas den oben bezeichneten Umfang von 1,30 bis 1,43 im Brechungsexponenten ergiebt. Der Apparat ist daher ausschliesslich für Substanzen innerhalb dieser Grenzen, also vorwiegend für wässerige Flüssigkeiten, Salzlösungen u. dergl. brauchbar. Für solche aber gewährt er eine grosse Genauigkeit, indem, wenn schon der absolute Werth des *n* auch hier nicht genauer als etwa auf 0,0005 zu erhalten ist, Unterschiede doch bis auf zwei Einheiten der 4. Stelle ganz sicher an der Scala abgelesen werden können, wie u. A. schon die Wahrnehmbarkeit des Einflusses sehr kleiner Temperaturdifferenzen bekundet. In Hinsicht auf mögliche Anwendungen für technische Zwecke gereicht dieser dritten Form des Refractometers ausserdem noch der Umstand zum Vortheil, dass sich neben oder statt der Theilung für den Brechungsindex ebenso leicht eine andere empirische Scala anbringen lässt, z. B. eine solche, an welcher der Concentrationsgrad irgend einer Mischung, auf Grund seines Einflusses auf den Brechungsexponenten, direct abgelesen werden kann.

Wenn die Vortheile, welche die Methode in Bezug auf Leich-

tigkeit und Schnelligkeit bieten kann, im Gebrauch ungeschmälert zur Geltung kommen sollen, ist es bei den drei hier beschriebenen Instrumenten in gleichem Grade wesentlich, dass die mechanische Ausführung der Apparate allen theoretisch gemachten Voraussetzungen in hinreichendem Grade genüge, um von Correctionen und den zu ihrer Ermittelung nöthigen Nebenbestimmungen völlig absehen zu können. Namentlich ist also zu fordern: dass die optische Axe des Fernrohrs dem Hauptschnitt des Doppelprisma's und eventuell auch der Ebene des Sectors genügend parallel sei; dass die Theilung des Sectors oder der Scala innerhalb der Grenzen des Ablesungsfehlers dem Gange des Brechungsexponenten genau conform gehe; dass die Compensatorprismen für die der Theilung zu Grunde gelegte Farbe keine merkliche Ablenkung zeigen und ihre Mittelebene dem Hauptschnitt des Doppelprisma's genügend parallel sei; endlich, dass der Spalt oder das Fadenkreuz oder die Mikrometerscala im Ocular richtig in der Focalebene des Objectivs liege. Denn wenn es auch möglich ist, ein Deficit in irgend einem dieser Punkte, soweit es sich nicht nachträglich beseitigen lässt, durch Anbringung geeigneter Correctionen unschädlich zu machen, so würde doch einerseits die numerische Ermittelung der Fehler unverhältnissmässig mühsam sein und andererseits die Bequemlichkeit des Gebrauchs durch die Nothwendigkeit solcher Correctionen ganz erheblichen Abbruch erfahren. In Anbetracht nun, dass die Erfüllung der genannten Bedingungen für einen sachkundigen Optiker keinerlei Schwierigkeiten hat, wird man daher beanspruchen dürfen, dass die Regulirung der Theile bei diesen Instrumenten gleich bei ihrer Anfertigung definitiv und in unveränderlicher Weise erfolge, so dass dem Beobachter höchstens die Justirung des Index oder der Scala überlassen bleibt. Darauf hin erscheint es denn müssig, die Untersuchung der Constructionsfehler im Einzelnen zu erörtern. Es genügt, darauf hinzuweisen, dass die Correctheit eines solchen Refractometers sehr leicht durch einige Messungen an Stoffen von anderweitig bekanntem Brechungsindex und, soweit ein Compensator dabei mit in Frage ist, durch Controle der Einstellung mit dem einfarbigen Licht der Natronflamme geprüft werden kann.

Durch die hier beschriebenen Instrumente wird die Bestimmung der optischen Constanten an flüssigen Stoffen so leicht und einfach wie kaum eine andere Art von Maassbestimmung. Wenige

kunstlose Handgriffe ergeben mit sehr geringer Mühe und fast verschwindendem Zeitaufwand die gesuchten Merkmale in einer für die meisten Bedürfnisse mehr als ausreichenden Genauigkeit, und zwar mit einem sehr compendiösen und handlichen Apparat, der jederzeit und überall ohne weitere Vorkehrungen gebrauchsbereit ist. Nach der Meinung des Verfassers können diese Vortheile mancherlei wissenschaftlichen und praktischen Interessen zu Gute kommen, wenn der Gebrauch der oben entwickelten Methoden in den betheiligten Kreisen heimisch wird. Abgesehen von anderen gelegentlich sich darbietenden Anwendungen auf wissenschaftlichem Felde[1]) wird die erleichterte Ausführung dioptrischer Maassbestimmungen namentlich chemischen Untersuchungen in der durch die Arbeiten von Landolt, Schrauf u. A. eröffneten Richtung ein weiteres Gebiet und eine ausgiebigere Verwerthung verschaffen können. Betreffs möglicher Anwendungen für technische Zwecke aber sei hier wenigstens zweierlei erwähnt: erstens, dass viele im Handel vorkommende flüssige oder halbflüssige Stoffe mittelst ihrer Brechungsexponenten sehr sicher unterschieden sowie auf ihre Reinheit geprüft werden können; und zweitens, dass bei Mischungen aus zwei Flüssigkeiten und bei Lösungen das Mischungs- oder das Concentrationsverhältniss in vielen Fällen durch den Brechungsindex mit grosser Schärfe bestimmbar ist.

Als Beispiel für eine Verwendung des Refractometers in der ersten Richtung kann die Untersuchung fetter und ätherischer Oele geltend gemacht werden. Wenn die Messung des Brechungsexponenten bis auf die dritte Decimale geht, wie mit dem in Fig. 6 der Tafel dargestellten Instrument, so sind viele Stoffe jener Categorie im reinen Zustand durch den Brechungsindex allein schon ausreichend charakterisirt, und bei der Mehrzahl der übrigen kann derselbe die Bestimmung nach andern Merkmalen mindestens wesentlich unterstützen; Verfälschungen und Verunreinigungen aber lassen sich in zahlreichen Fällen im Refractometer auf den ersten Blick erkennen[2]).

Als Beispiel für die Anwendung zu Concentrationsbestimmun-

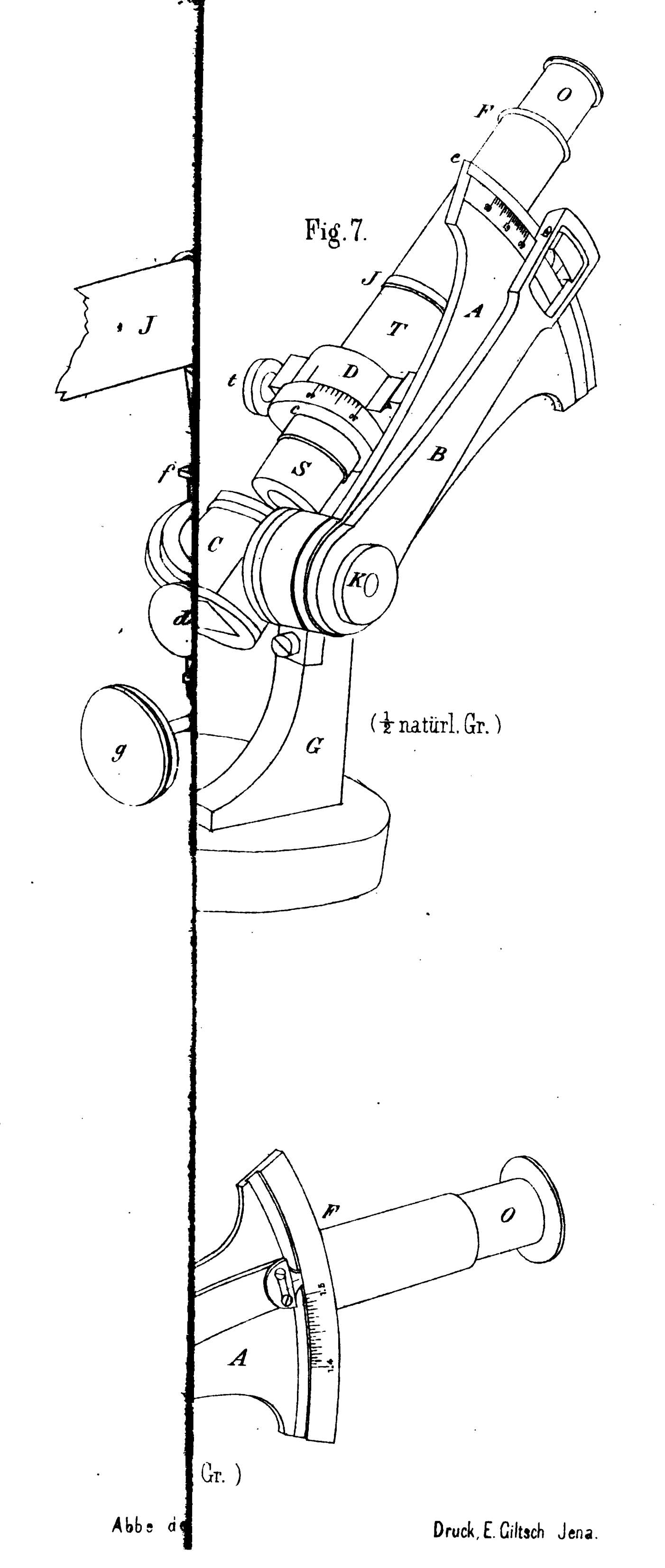
1) Ueber eine umfassende Versuchsreihe, welche die Genauigkeit der Methode gut illustrirt, s. S. Fleischer, Neue Bestimmung der Brechungsexponenten der flüssigen Medien des Auges. Jena 1872. (Inaugural-Dissertation).

2) Vorarbeiten für die hier betrachtete Anwendung — die allerdings noch bedeutend erweitert werden müssten, wenn dem practischen Bedürfniss in vollem Umfang genügt sein sollte — liefern u. A. die Untersuchungen von J. H. Gladstone. S. Jahresber. d. Chemie von Will, 1868, S. 545.

gen führe ich die Ermittelung des Zuckergehaltes in Zuckerlösungen an. Bringt man bei einem Refractometer der dritten Form (Fig. 8 auf der Tafel) im Gesichtsfeld des Oculars statt oder neben der Scala für den Brechungsindex eine auf Grund geeigneter Messungen entworfene Procentscala für Zuckerlösung an, so lässt sich der Zuckergehalt einer solchen Lösung an einem Tropfen der Flüssigkeit mit Einem Blicke auf ca. 0,2 % (d. h. bis auf 0,2 Gramm pro 100 CCm. Lösung) sicher bestimmen, wie Versuche mit einem ausgeführten Instrument ergeben haben; und die Scala reicht bis zu einer Concentration von ca. 60 Gramm in 100 CCm. — Wahrscheinlich wird ein Refractometer dieser Art auch zur Werthbestimmung natürlicher Zuckersäfte an Stelle des Polarisations-Saccharimeters ganz gut brauchbar sein, wenn durch eine besondere Versuchsreihe der Beitrag ermittelt wird, den die, in den natürlichen Zuckersäften in ziemlicher Constanz auftretenden Salze zum Brechungsindex liefern. Es liesse sich dann leicht eine corrigirte Procentscala entwerfen, in deren Angaben der Einfluss der Nebenbestandtheile bis auf kleine Reste eliminirt wäre.

Nachtrag. In Betreff der Berechnung des Brechungsexponenten aus den Messungen an Prismen ist zu bemerken, dass die unter (1) und (6) aufgestellten Formeln den *relativen* Brechungsindex der betreffenden Substanz gegen Luft ergeben, aus welchem der absolute Brechungsexponent durch Multiplication mit 1,00030 abzuleiten ist.

Druck der Fr. Mauke'schen Officin in Jena.



Abbe d

Druck, E. Giltsch Jena.






35871
QC425
A3
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY
BERKELEY, CALIFORNIA





